

UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA

FACULTAT DE CIÈNCIES

CONTROL DE PROCESSOS

***Estudi d'Un Manipulador Amb
3 graus de Llibertat***

Pere Ponsa

Maria Isabel García

Bellaterra, 1993.

ÍNDEX

Tema 0 . Introducció	3
-----------------------------------	----------

PART I

Tema 1. Morfologia	5
---------------------------------	----------

Tema 2. Cinemàtica	7
---------------------------------	----------

2.1. Problema de la cinemàtica directa	7
--	---

2.2. Problema de la cinemàtica inversa	9
--	---

Tema 3. Dinàmica.....	12
------------------------------	-----------

3.1. Equacions de Lagrange	12
----------------------------------	----

3.2. Equacions de Newton – Euler	12
--	----

3.3. Equacions generalitzades d'Alambert	13
--	----

Tema 4. Control	14
------------------------------	-----------

4.1. Control de Posició	14
-------------------------------	----

4.2. Control cinemàtic	14
------------------------------	----

4.3. Control dinàmic	15
----------------------------	----

4.4. Control adaptatiu	15
------------------------------	----

Tema 5. El problema del model dinàmic i el control en robòtic	16
--	-----------

PART II

Tema 6. Model	17
----------------------------	-----------

Tema 7. Cinemàtica directa	19
---	-----------

Tema 8. Equacions de Lagrange	22
--	-----------

Tema 9. Tècnica del moment estimat	27
---	-----------

Tema 10. Simulació	28
---------------------------------	-----------

10.1. Control de posicions	28
----------------------------------	----

10.2. Canvis en la massa	33
10.3. Variacions de les longituds del braços	37
10.4. Variació de longituds i massa alhora	39
10.5. Trajectòries	41
Tema 11. Simplificacions del model dinàmic	43
11.1. Matriu $H(q)$	43
11.2. Matriu $c(q,\dot{q})$	44
11.3. Vector G	45
11.4. Simplificacions	46
Tema 12. Alternatives de Continuació	53
12.1. Models	53
12.2. Cinemàtica	53
12.3 Control	53
12.3. Velocitats	53
ANNEXES	
A. Consideracions sobre el model i les seves eqs	56
B. Eqs del moviment en forma matricial	59
C. Sobre el program PROY. T realitzat en SIMNON	61
D. Glossari	67
BIBLIOGRAFIA	68

O.- INTRODUCCIÓ.

El projecte consta de dues parts:

- Part 1: Introducció breu a la robòtica en els conceptes de morfologia, cinemàtica, dinàmica i control.
- Part 2: Aplicació a un model concret mitjançant tècniques de simulació.

Els objectius principals del projecte són:

- Modelatge d'una estructura articulada.
- Recerca de simplificacions en el model dinàmic.

Voldríem puntualitzar que les conclusions presentades en l'apartat 11 d'aquest projecte no són d'àmbit general sinó que estan fetes respecte el model aquí proposat. De totes maneres són un punt de partida per tal d'aprofundir en el tema.

Adjuntem un annexa sobre definicions usuales en robòtica, així com una bibliografia final de llibres i articles que són citats en el transcurs del projecte pel símbol.

PART I

1. MORFOLOGIA

La maquinaria amb l'automatització rígida va donar pas al robot amb el desenvolupament de controladors ràpids, basats en el microprocesador, així com amb la utilització de servos en el bucle tancat, que permeteixen establir amb exactitud la posició real dels elements del robot i establir l'error amb la posició desitjada. Aquesta evolució ha donat origen a una sèrie de tipus de robots, que es citen a continuació [6]:

- Manipuladors.
- Robots de repetició.
- Robots amb control per computador.
- Robots intel·ligents.
- Microrobots

La idea comú que es té d'un robot industrial, és la d'un braç mecànic articulad, però aquest element ni és més que una part del que es considera tècnicament com un sistema de robot industrial. Un sistema de robot industrial consta de les següents parts:

- Manipulador o braç mecànic.
- Controlador.
- Elements motrius i actuadors,
- Element terminal o eina.
- Sensors d'informació.

Rep el nom de manipulador o braç d'un robot, el conjunt d'elements mecànics que propicien el moviment de l'element terminal. Dins de l'estructura interna del manipulador s'allotgen, en moltes ocasions els elements motrius, engranatges i transmissió que suporten el moviment de les quatre parts que, generalment, solen conformar el braç:

- Base.
- Cos.
- Braç.
- Avantbraç.

Els quatre elements rígids del braç estan relacionats entre sí mitjançant articulacions [6].

Els conceptes de “braç” i “canell” són antropomòrfics i no són molt adequats per una bona descripció del robot industrial. En la literatura el component rígid, el braç, és el “link”, mentre que l’articulació és el “joint”; el canell equivaldria al que es coneix com element terminal.

El nostre model de robot industrial presenta una base fixa i un conjunt de links i joints que acaben en l’element terminal.

* Link:

El link és un sòlid rígid que considerarem com a no deformable. La seva forma és regular (exemple: el manipulador de Stanford té forma de paral·lelepípede).

* Element terminal:

L’element terminal no necessàriament ha de tenir la forma de la mà humana. Segons les aplicacions industrials cal que l’element terminal pugui ser reemplaçat per acomodar l’ús del robot a diverses tasques. Exemples:

- Processos de pintura: com a terminal es fa servir una “trompa” elàstica.
- Manipulació de vidre: una construcció metàl·lica amb un conjunt de ventoses permet agafar el vidre amb firmesa però sense danyar-lo.
- Manipulació d’objectes: en el trasllat de peces solidés s’empra una garra o pinça que presenta un dentat de goma que permet la subjecció de la peça.

* Articulació:

Com a articulació ideal hom pot imaginar-se una ròtula que permeti desplaçaments angulars en les tres direccions de l’espai.

De forma pràctica es dissenya la articulació en funció de si ha de permetre una translació del link o una rotació, obtenint-se cinc classes: de rotació, prismàtica, cilíndrica, esfèrica i planar. Les més emprades en robòtica industrial són les dues primeres.

* Configuracions:

La composició de links amb joints dóna lloc a diverses configuracions estructurals que caracteritzen a un robot.

Aquestes configuracions permeten situar l’element terminal en l’espai de 3 dimensions d’una manera quantitativa. D’entrada es considera un sistema de

coordenades (cartesianes, cilíndriques, esfèriques o angulars) que especifica la posició del link mitjançant tres coordenades. A continuació, i respecte a aquest punt, es procedeix a la orientació de l'element terminal amb tres coordenades més. En total el sistema bé caracteritzat per sis graus de llibertat.

Algunes d'aquestes configuracions son anomenades clàssiques ja que han esdevingut fonamentals en el desenvolupament en la forma dels robots industrials. El tema no està tancat i es continua investigant per idear noves estructures alternatives com per exemple la configuració Scara.

2.- CINEMÀTICA.

2.1.- Problema de la cinemàtica directa:

El problema consisteix en trobar la posició i la orientació de l'element terminal del manipulador donat el vector:

$$\Theta = (\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4, \Theta_5, \Theta_6)^t$$

referit des d'un sistema de referència extern fixat a la base.

Si tenim un sistema format per base + articulació1 + braç1 + articulació2 + braç2 + ròtula + element terminal es consideren Θ_1, Θ_2 i Θ_3 com a variables que posicionen l'element terminal en l'espai, i es consideren Θ_4, Θ_5 i Θ_6 com a variables que donen l'orientació de l'element terminal.

Per descriure de forma quantitativa aquest procés s'utilitza en la literatura les coordenades homogènies i la matriu de transformacions T.

Un vector r s'escriu en coordenades homogènies com:

$r = (x, y, z)$	$r = (Wx, Xy, Wz, W)$
c. cartesianes	c. Homogènies

on W és un factor de proporcionalitat que lliga els dos tipus de coordenades :

$$x = Wx / W \quad , \quad y = Xy / W \quad i \quad z = Wz / W$$

$$\mathbf{T} = \left[\begin{array}{cc|cc} \mathbf{R} & & \mathbf{P} & \\ \hline & & & \\ \mathbf{Pr} & & \mathbf{E} & \end{array} \right]$$

Amb aquesta notació es defineix una matriu 4 * 4 de transformacions. on R simbolitza la matriu 3 * 3 de rotacions. Podem fer rotacions al voltant de 3 eixos:

R x α rotació de angle α en la direcció OX.

$$R_x \alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

R y ϕ rotació de angle ϕ en la direcció OY.

$$R_y \phi = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rz Θ rotació de angle Θ en la direcció OZ.

$$R_z \Theta = \begin{bmatrix} \cos \Theta & -\sin \Theta & 0 & 0 \\ \sin \Theta & \cos \Theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

* on $\mathbf{p} = (W_{px}, W_{py}, W_{pz}, W)^t$ és el vector de posició que va des de l'origen del SR fix a l'origen del SR. mòbil que es troba en la ròtula indicant-nos la transformació de translació.

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & W_{px} \\ 0 & 1 & 0 & W_{py} \\ 0 & 0 & 1 & W_{pz} \\ 0 & 0 & 0 & W \end{bmatrix}$$

* on Pr és la transformació de perspectiva. Es un tipus de transformació emprada en aquells robots dotats de visió. No entrarem en aquest punt així que escriurem una fila nul·la en la matriu T.

* on E és el factor d'escala W i que designarem com $W = 1$ pel vector que lliga ambdós sistemes. En aquests cas particular de $W = 1$ tenim que X_{px} , X_{py} i W_{pz} coincideixen amb les coordenades cartesianes p_x , p_y i p_z , de manera que es pot escriure

$$\mathbf{P} = (p_x, p_y, p_z, 1)^t$$

Així, mitjançant transformacions de rotació i translació podem conèixer la localització de l'element terminal del manipulador.

Per simplificar la rotació la matriu T s'escriu a través de 4 vectors:

$$T = \begin{bmatrix} n & s & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{amb} \quad \begin{aligned} n &= (n_x, n_y, n_z)^t \\ s &= (s_x, s_y, s_z)^t \\ a &= (a_x, a_y, a_z)^t \\ p &= (p_x, p_y, p_z)^t \end{aligned}$$

* on p descriu la posició de l'element terminal (amb $W = 1$)

* on **n**, **s** i **a** són tres vectors unitaris que descriuen la orientació de l'element terminal.

- **a** és el vector d'aproximació (en direcció z)

- **s** és el vector de orientació (la seva direcció és la que uneix els "dits" de l'element terminal).

- **n** és el vector normal al pla format per **a** i **s**.

2.2. Problema de la cinemàtica inversa :

En aquest cas el problema consisteix en: donada la posició i la orientació de l'element terminal volem calcular totes les possibilitats de moviment per les articulacions de manera que ens portin a aquesta localització final. Es a dir, plantegem ara el problema des del sistema de referència que està en la ròtula (que suposem com a sistema immòbil) i volem saber quina és la forma exacte del vector:

$$\Theta = (\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4, \Theta_5, \Theta_6)^t$$

El nostre problema es redueix a trobar la matriu inversa de T. Considerant només transformacions de rotacions i translacions, la forma de T^{-1} és la següent:

$$T^{-1} = \begin{array}{ccc|c} R^t_{3 \times 3} & & & -n^t p \\ & & & -s^t p \\ \dots\dots\dots & & & -a^t p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

* on r^t és una matriu 3*3 que representa la orientació dels eixos del SR de la base vistos des del SR de la ròtula.

* el vector $(- n^t p, - s^t p, - a^t p, 1)^t$ indica el vector de posició entre sistemes que va des de l'origen del SR de la ròtula en l'element terminal fins a l'origen del SR situat en la base.

(p es el vector ja hem definit en la secció del cinemàtica directa).

En l'article remarcat en la referència [1] es resol el problema de cinemàtica inversa pel robot PUMA :

- a partir dels components del vector de posició p es troben θ_1, θ_2 i θ_3
- a partir dels components dels vectors n, s i a s'obtenen les variables θ_4, θ_5 i θ_6 .

La literatura dedica més atenció a la problemàtica de la cinemàtica inversa ja que es considera un problema més interessant que el de la cinemàtica directa. A partir de la localització de l'element terminal s'intenta esbrinar els possibles desplaçaments de les articulacions que satisfan aquesta condició final de cara al disseny de estructures articulades.

A vegades es presenta la dificultat matemàtica de no poder-se trobar una matriu inversa per a T.

PART II

3. DINÀMICA

Existeixen diversos formalismes teòrics que ens donen les equacions del moviment. A continuació els presentem tenint present que com a objectiu final el que interessa és quin d'aquests formalismes és més adient a l'hora d'efectuar el control.

3.1. – Equacions de Lagrange.

Definint la funció lagrangiana L tal com s'explica en mecànica clàssica podem plantejar les equacions de Lagrange del sistema:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\delta L}{\delta \dot{q}_k} \right] - \frac{\delta L}{\delta q_k} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n$$

La expressió anterior pot generalitzar-se en el cas de que intervinguin potencials no conservatius afegint un terme més que escriurem amb la lletra grega τ :

podem plantejar les equacions de Lagrange del sistema:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\delta L}{\delta \dot{q}_k} \right] - \frac{\delta L}{\delta q_k} = Z_k \quad k = 1, 2, \dots, n$$

en la literatura Z és el que s'anomena moment de una força (o si es vol: "torque").

Les equacions de Lagrange ens donen les equacions del moviment per cada una de les n variables generalitzades q_k .

3.2.- Equacions de Newton – Euler

El nom fa referència a dos equacions conegudes:

$$F = m \cdot \dot{v}_c$$

$$M = \dot{L}_c$$

- La primera es la equació de Newton: la resultant de les forces externes actuant en el cos és igual al producte de la massa per l'acceleració.
- La segona equació ens diu que la variació temporal del moviment és igual angular és igual al moment de les forces externes.

L'aplicació d'aquestes equacions en robòtica es fa a partir de:

- estudi del moviment d'un cos mitjançant el moviment relatiu entre dos sistemes de referència.
- Estudi de les forces aplicades.

Amb aquestes condicions es troben unes equacions anomenades en la literatura com "forward equations" i "backward equations". Les primeres descriuen les velocitats i acceleracions del cos respecte el sistema de referència que es considera en repòs. El "cos" pot ser en aquest cas l'element terminal. Les segones són un compendi del conjunt de forces que intervenen en el braç; ja sigui forces externes com el pes, ja sigui forces internes com les forces d'acció i reacció entre braços contigus [3].

3.3. Equacions generalitzades d'Alembert.

No entrarem en detall en aquest formalisme però és convenient fer notar la seva semblança amb el formalisme de les equacions de Lagrange. Es calcula la funció lagrangiana L però tenint cura de separar la energia cinètica de translació de la energia cinètica de rotació. Les equacions de Lagrange permeten obtenir unes equacions del moviment en les que podem tenir ben separades les contribucions translacionals i les contribucions rotacionals. Aquesta divisió es fa per progressar en l'estudi de les estructures ideals per un robot industrial ja que donada una articulació s'intenta determinar si el moviment dominant en ella és una rotació o una translació, factor aquest important en el disseny d'estructures articulades.

4.- CONTROL.

El problema del control del moviment del robot és complicat degut principalment a:

- l'elevat nombre de graus de llibertat del robot.
- El caràcter fortament no lineal de les equacions del model dinàmic.

En el cas de que el robot industrial tingui n graus de llibertat el model matemàtic estarà compost per n equacions diferencials no lineals acoplades de segon ordre. Aquesta dificultat del model repercuteix directament a l'hora de definir una llei de control adequada.

En vista dels apartats anteriors que hem considerat es planteja el control des de diversos fronts:

- Control de posició
- Control cinemàtic
- Control dinàmic
- Control adaptatiu

4.1. Control de posició:

Respecte el control de posició pot considerar-se per determinats punts específics o bé per un continu de valors de manera que podem predir tota la trajectòria que ha de seguir l'element terminal del robot.

4.2. Control cinemàtic:

Control efectuat a partir de les variables cinemàtiques posició i velocitat (mesurades amb transductors).

Com a exemple cal citar el control amb servosistemes lineals basat en els models geomètric i cinemàtic menyspreant-se el model dinàmic. L'acció de control es transmet de forma lineal i independent per cada una de les articulacions. S'utilitza un llaç feedback per comparar la posició desitjada amb la posició real mesurada amb un transductor de posició. Aquesta senyal juntament amb la rebuda en un transductor de velocitat es la que s'envia a l'actuador responsable del moviment de l'articulació.

El punt feble d'aquest control és justament el fet de que es menyspreen els efectes interactius entre braços contigus.

4.3. **Control dinàmic**

Respecte el control dinàmic veiem que el seu objectiu es: donada una trajectòria especificada a priori es desitja que l'element terminal segueixi aquesta trajectòria. En el cas de que el seguiment no sigui l'indicat, el sistema de control aura de proporcionar els "torques" correctius de compensació per tal d'ajustar les desviacions existents mitjançant els motors actuadors.

Com exemples d'aquests tipus de control es pot indicar el control feedback lineal (amb la tècnica del "computed torque") i el control anticipatiu que intenta anticipar els "torques" que han de ser aplicats a cada articulació per tal d'obtenir el moviment desitjat; els valors concrets dels "torques" es troben a partir d'una tensió concreta que subministren els motors actuadors de corrent continua.

4.4. **Control adaptatiu:**

Degut al caràcter fortament lineal del model dinàmic les noves estratègies de control intenten evitar la dependència directa de la llei de control amb el model dinàmic.

Existeixen dues variants

- Control adaptatiu per model de referència (MRAC). Té com objectiu aconseguir que la resposta del sistema real a les senyals de consigna coincideixi amb la de un model adequadament escollit.
- Control adaptatiu per ajust de paràmetres. El sistema físic pot ser modelitzat en cada condició operativa per un model lineal autoregressiu de estructura fixa i paràmetres dependents d'aquesta condició.

El control adaptatiu és potser el que dóna més bons resultats de tots els esquemes presentats en aquest estudi encara que presenta una major complexitat [9].

5.- EL PROBLEMA DEL MODEL DINÀMIC I EL CONTROL EN robòtica

En l'aplicació dels models dinàmics en lleis de control eficients s'observen discrepàncies. Una de les més importants és l'elevat valor del temps de computació necessari per produir els càlculs generats en les equacions diferencials.

Per fer disminuir aquest temps s'intenta simplificar la dificultat del model dinàmic menyspreant alguns termes. Existeix aquí un compromís entre assolir un temps adequat per a un bon control i l'allunyament del model real al considerar simplifications.

Per cada un dels models dinàmics presentats cal concretitzar la situació:

- Equacions de Lagrange: El formalisme teòric és precís però en la utilització en control en temps real apareixen dificultats i és preferible (però no desitjable) simplificar el model.
- Equacions de Newton – Euler: el nombre de sumes i multiplicacions que cal fer ha disminuït considerablement respecte el model anterior però resulta més difícil trobar una llei de control adequada.
- Equacions generalitzades d'Alembert: el formalisme és semblant al de les equacions de Lagrange i es millora el temps computacional que és molt més ràpid. Aquest model és una via que cal explorar més profundament ja que d'entrada presenta bones condicions per a ser utilitzat.

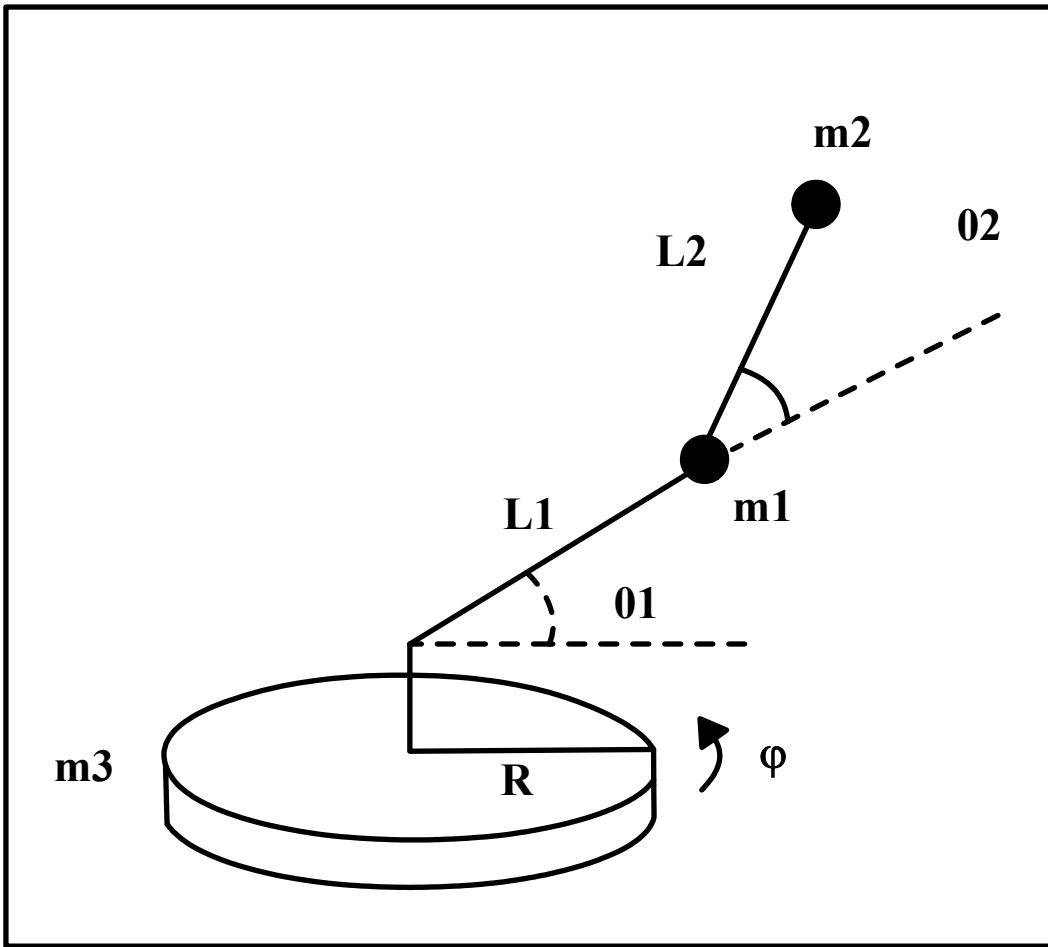
6.- MODEL

Pel nostre treball en el que únicament fem un estudi sobre el possible comportament d'un robot en resposta a una determinada tècnica de control, mitjançant la simulació per ordinador, hem aconseguit un model determinat i purament teòric, que passem a descriure a continuació.

El model que hem utilitzat pel nostre estudi és un manipulador que consta de les següents parts:

- Base
- Braç
- Avantbraç

Hem menyspreat el cos i l'element terminal o eina reduint els sis graus de llibertat que pot tenir un manipulador a tres. Els tres graus de llibertat que hem suprimit corresponen a les possibles rotacions de l'element terminal. Així ens limitarem a simular quina posició tindrà la part final de l'avantbraç, que correspondria a l'articulació que l'uniria a l'element terminal sense tenir en compte les seves possibles rotacions. Hem triat articulacions de tipus giratori de forma que les parts del manipulador rotin unes respecte les altres. La figura que tenim a continuació correspon al nostre model.



7.- CINEMÀTICA DIRECTA

En la representació de Denavit i Hartenberg s'assigna un sistema de referència SR per cada un dels components existents de l'estructura articulada. La matriu de transformacions T es pot escriure com :

$$T_6 = A_1 * A_2 * A_3 * A_4 * A_5 * A_6$$

on cada A_i s'obté a partir de translació i rotació relatives entre sistemes de referència continus.

- A_1 És la matriu de transformació homogènia que representa la posició i orientació de l'articulació 1 respecte de la base.
- A_2 és la matriu que dóna la posició i orientació del braç 2 respecte l'articulació 2.
- A_3 és la matriu que dóna la posició i orientació del braç 2 respecte l'articulació 2.
- A_4 , A_5 i A_6 són les matrius que donen la posició i l'orientació de l'element terminal respecte la ròtula.

La forma correcta d'aquestes matrius:

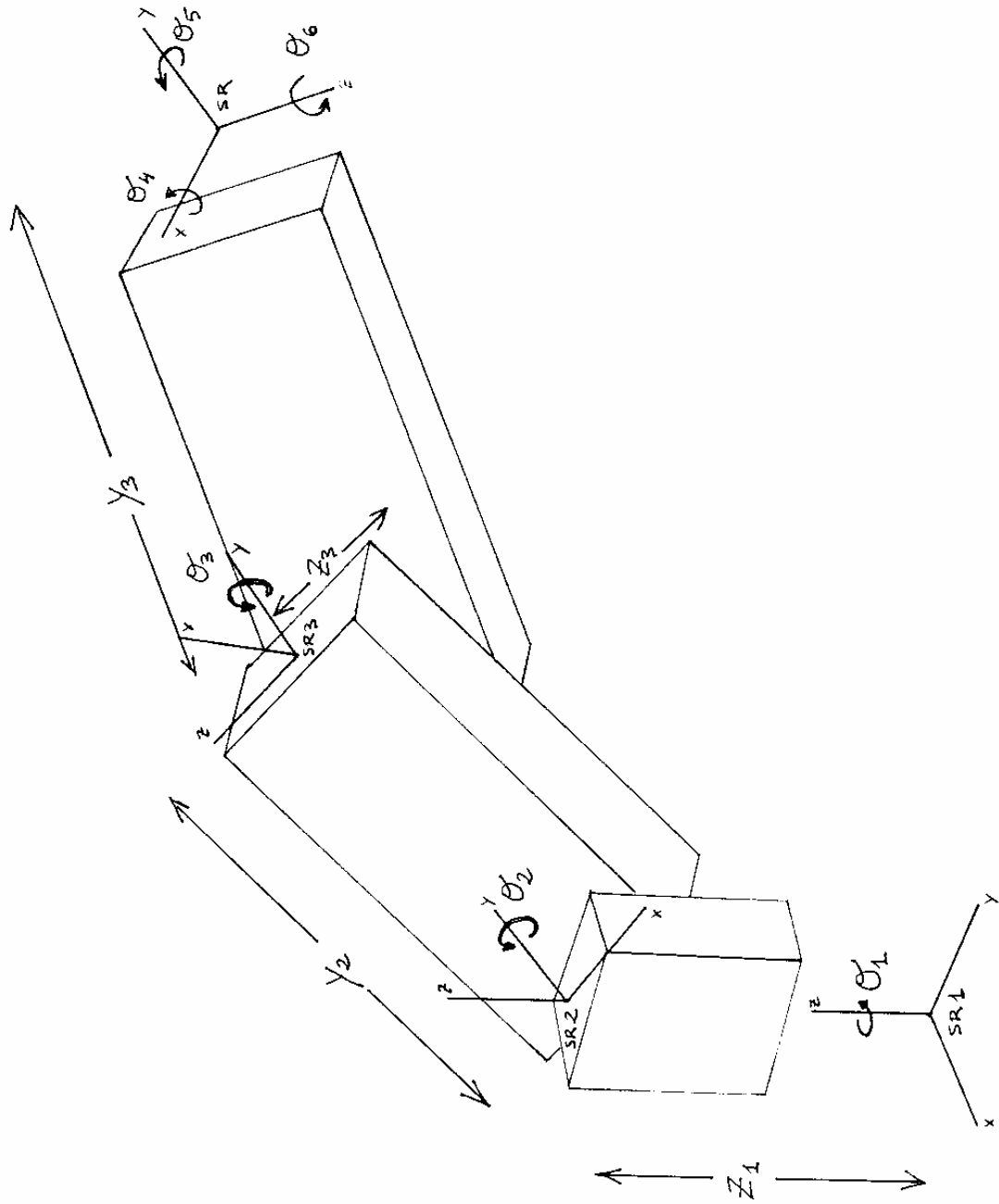
$$A_1 = \begin{bmatrix} \cos \Theta_1 & -\sin \Theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \Theta_1 & \cos \Theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ on } z_1 \text{ es el tram traslladat respecte l'eix z del SR1}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \cos \Theta_2 & 0 & \sin \Theta_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y_2 \\ -\sin \Theta_2 & 0 & \cos \Theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ on } y_2 \text{ es la translació respecte l'eix y del SR2.}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cos \Theta_3 & 0 & \sin \Theta_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & z_3 \\ \sin \Theta_3 & 0 & \cos \Theta_3 & y_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ on } z_3 \text{ i } y_3 \text{ son translacions respecte la diagonal}$$

del pla (y,-z) del SR3, amb $z_3 < 0$.

CINEMÀTICA DIRECTA



$$A4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Theta_4 & -\sin \Theta_4 & 0 \\ 0 & \sin \Theta_4 & \cos \Theta_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A5 = \begin{bmatrix} \cos \Theta_5 & 0 & \sin \Theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \Theta_5 & 0 & \cos \Theta_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A6 = \begin{bmatrix} \cos \Theta_6 & -\sin \Theta_6 & 0 & 0 \\ \sin \Theta_6 & \cos \Theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Suposem que les transformacions A4, A5 i A6 només contemplan moviments de rotació. Els girs d'angle Θ_4 , Θ_5 i Θ_6 respecte un SR en la ròtula es coneixen en la literatura com yaw, pitch i roll (la traducció a l'espanyol és "derrape", "cabeceo" i "balanceo", respectivament).

Així l'orientació de l'element terminal vindrà donada per la composició de transformacions $A4 * A5 * A6$:

$$A4 * A5 * A6 =$$

$$\begin{bmatrix} c\Theta_5 * c\Theta_6 & -c\Theta_5 * s\Theta_6 & s\Theta_5 & 0 \\ c\Theta_4 * s\Theta_4 + s\Theta_4 * s\Theta_5 * c\Theta_6 & c\Theta_4 * c\Theta_6 - s\Theta_4 * s\Theta_5 * s\Theta_6 & -s\Theta_4 * c\Theta_5 & 0 \\ s\Theta_4 * s\Theta_6 - c\Theta_4 * s\Theta_5 * c\Theta_6 & s\Theta_4 * c\Theta_6 + c\Theta_4 * s\Theta_5 * s\Theta_6 & c\Theta_4 * c\Theta_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(on hem canviat la notació : $c\Theta_5 \equiv c(\Theta_5)$ i $s\Theta_5 \equiv \sin(\Theta_5)$,)

Si prescindim de les possibles orientacions que pugui assolir l'element terminal i ens centrem en el seu posicionament en tenim prou en calcular $A1 * A2 * A3$:

$$A1 * A2 * A3 = \begin{bmatrix} a11 & a12 & a13 & a14 \\ a21 & a22 & a23 & a24 \\ a31 & a32 & a33 & a34 \\ a41 & a42 & a43 & a44 \end{bmatrix}$$

on

$$a11 = c\Theta_1 * c\Theta_2 * c\Theta_3 + c\Theta_1 * s\Theta_2 * s\Theta_3$$

$$a12 = -s\Theta_1$$

$$a13 = c\Theta_1 * c\Theta_2 * s\Theta_3 + c\Theta_1 * s\Theta_2 * c\Theta_3$$

$$\begin{aligned}
a_{14} &= c\theta_1 * s\theta_2 * y_3 - s\theta_1 * (z_3 + y_2) \\
a_{21} &= s\theta_1 * c\theta_2 * c\theta_3 + s\theta_1 * s\theta_2 * s\theta_3 \\
a_{22} &= c\theta_1 \\
a_{23} &= s\theta_1 * c\theta_2 * s\theta_3 + s\theta_1 * s\theta_2 * c\theta_3 \\
a_{24} &= s\theta_1 * s\theta_2 * y_3 + c\theta_1 * (z_3 + y_2) \\
a_{31} &= -s\theta_2 * c\theta_3 + c\theta_2 * s\theta_3 \\
a_{32} &= 0 \\
a_{33} &= -s\theta_2 * s\theta_3 + c\theta_2 * c\theta_3 \\
a_{34} &= c\theta_2 * y_3 + z_1 \\
a_{41} &= 0 \\
a_{42} &= 0 \\
a_{43} &= 0 \\
a_{44} &= 0
\end{aligned}$$

En el cas de la estructura articulada emprada en aquest projecte denotarem :

$$\theta_1 \equiv \phi \quad \theta_2 \equiv \theta_1 \quad \theta_3 \equiv \theta_2$$

i suposant per exemple els següents valors :

$$\begin{aligned}
\phi &= 45^\circ \quad \theta_1 \equiv 45^\circ \quad \text{i} \quad \theta_2 \equiv 30^\circ \\
z_1 &= 0.1 \text{ m}, \quad y_2 = 0.8 \text{ m}, \quad z_3 = -0.5 \text{ m} \quad \text{i} \quad y_3 = 0.7 \text{ m}
\end{aligned}$$

tenim que el posicionament de la ròtula i l'element terminal en l'espai val:

$A_2 * A_3$:

$$A_1 * A_2 * A_3 = \begin{bmatrix} 0.68 & -0.71 & 0.68 & 0.14 \\ 0.68 & 0.71 & 0.68 & 0.14 \\ -0.26 & 0 & 0.26 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

8.- EQUACIONS DE LAGRANGE

Per portar a cap la tècnica de control que hem escollit, tècnica del torque estimat, necessitem calcular les equacions de Lagrange corresponents al

nostre model. Primer trobarem la Lagrangiana i després derivarem fins arribar a les equacions de moviment.

Calculem l'energia cinètica del sistema, després la potencia i les restem obtenint la Lagrangiana.

$$L = T - V$$

L'energia cinètica serà:

$$T = (m_1 \dot{r}_1^2 + m_2 \dot{r}_2^2) / 2 + I w^2 / 2$$

on

- \dot{r}_1 es la velocitat de la part final del braç com si tota la massa d'aquest estès acumulada en aquesta posició.
- \dot{r}_2 és la velocitat de la part final de l'avantbraç.
- I és el moment d'inèrcia de la base.
- w és la velocitat angular de la base

Es la suma de l'energia cinètica del braç, més l'avantbraç, més l'energia cinètica de rotació de la base. Hem considerat com a origen de coordenades al centre de la base. Pels casos del braç i l'avantbraç hem menys preat que la seva massa estigui repartida al llarg de tots ells i l'hem considerat com si estès tota acumulada al final de cadascun d'ells. Calculem

$$\begin{aligned}\dot{r}_1^2 &= \dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 + \dot{z}_1^2 \\ \dot{r}_2^2 &= \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 + \dot{z}_2^2\end{aligned}$$

passem de coordenades cartesianes a esfèriques, aprofitant que les articulacions són del tipus giratori, fent servir les coordenades descrites a la figura del model.

$$x_1 = l_1 * \cos \theta_1 * \cos \varphi \quad x_2 = (l_1 * \cos \theta_1 + l_2 * \cos(\theta_1 + \theta_2)) * \cos \varphi$$

$$y_1 = l_1 \cdot \cos \theta_1 \cdot \sin \varphi \quad y_2 = (l_1 \cdot \cos \theta_1 + l_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2)) \cdot \sin \varphi$$

$$z_1 = l_1 \cdot \sin \theta_1 \quad z_2 = l_1 \cdot \sin \theta_1 + l_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

Després de derivar aquestes equacions, elevar-les al quadrat, sumar-les i simplificar obtenim:

$$\dot{r}_1^2 = l_1^2 \cdot \dot{\theta}_1^2 + l_1^2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \cos^2 \theta_1$$

$$\dot{r}_2^2 = l_1^2 \cdot \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2\dot{\theta}_1 \cdot l_1 \cdot l_2 \dot{\varphi}^2 \cdot (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cdot \cos \theta_2 +$$

$$(l_1 \cdot \cos \theta_1 \cdot \dot{\varphi} + l_2 \dot{\varphi} \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2))^2$$

Pel que fa al moviment de rotació de la base la considerem com un cilindre massís que gira al voltant d'un eix que passa pel seu centre, així el moment d'inèrcia és

$$I = m_3 \cdot \frac{R^2}{2}$$

on m_3 és la massa de la base i R , el seu radi.

Finalment, tenim que

$$T = \frac{1}{2} m_1 \cdot (l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_1^2 \dot{\varphi}^2 \cos^2 \theta_1) + \frac{1}{2} m_2 (l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 +$$

$$2\dot{\theta}_1 l_1 l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 + (l_1 \cos \theta_1 \dot{\varphi} + l_2 \dot{\varphi} \cos(\theta_1 + \theta_2))^2) + \frac{1}{4} m_3 R^2 \dot{\varphi}^2$$

Calculem l'energia potencial del sistema, considerant que es deguda a la gravetat

$$V = m_1 g l_1 \sin \theta_1 + m_2 g (l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2))$$

Així obtenim la Lagrangiana

$$\begin{aligned}
L = & \frac{1}{2}l_1^2\dot{\theta}_1^2(m_1 + m_2) + \frac{1}{2}l_2^2m_2(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2) + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)l_1^2\dot{\phi}^2 \cos\theta_1 + \\
& m_2l_2^2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2m_2l_1l_2\dot{\theta}_1(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\cos\theta_2 + m_2l_1l_2\dot{\phi}^2 \cos\theta_1 \cos(\theta_1 + \theta_2) + \\
& \frac{1}{2}m_2l_2^2\dot{\phi}^2 \cos^2(\theta_1 + \theta_2) + \frac{1}{4}m_3R^2\dot{\phi}^2 - \\
& l_1g(m_1 + m_2)\sin\theta_1 - m_2gl_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)
\end{aligned}$$

A partir d'aquí podem obtenir les equacions de Lagrange derivant la Lagrangiana respecte les coordenades generalitzades.

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i}$$

Les taus són els moments deguts a forces no conservatives, en el nostre cas són els deguts a l'acció dels motors i controladors que porten les parts del manipulador allà on volem,

El nostre sistema té tres graus de llibertat, el que vol dir que tenim tres coordenades generalitzades

$$\theta_1, \theta_2, \phi$$

i, per tant, tres equacions de Lagrange

$$\begin{aligned}
\tau_1 = & (l_1^2(m_1 + m_2) + l_2^2m_2 + 2m_2l_1l_2 \cos\theta_2)\ddot{\theta}_1 + \\
& + (l_2^2m_2 + m_2l_1l_2 \cos\theta_2)\ddot{\theta}_2 - l_1l_2 \sin\theta_2(2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2) + \\
& ((m_1 + m_2)l_1^2 \cos\theta_1 \sin\theta_1 + m_2l_1l_2 \sin(2\theta_1 + \theta_2) + \\
& m_2l_2^2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \sin(\theta_1 + \theta_2))\dot{\phi}^2 + \\
& (m_1 + m_2)gl_1^2 \cos\theta_1 + m_2l_2g \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
\tau_2 = & (m_2l_2^2 + m_2l_1l_2 \cos\theta_2)\ddot{\theta}_1 + m_2l_2^2\ddot{\theta}_2 + m_2l_1l_2 \sin\theta_2\dot{\theta}_1^2 + \\
& m_2gl_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_3 = & (l_1^2 m_1 \cos^2 \theta_1 + m_2 (l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2))^2 + \frac{1}{2} m_3 R^2) \ddot{\phi} - \\ & - 2((m_1 + m_2) l_1^2 \cos \theta_1 \sin \theta_1 + m_2 l_1 l_2 \sin(2\theta_1 + \theta_2) + \\ & m_2 l_1 l_2^2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \cos(\theta_1 + \theta_2)) \dot{\theta}_1 \dot{\phi} - \\ & 2(m_2 l_1 l_2^2 \sin \theta_1 \sin(\theta_1 + \theta_2) + m_2 l_2^2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \cos(\theta_1 + \theta_2)) \dot{\theta}_2 \dot{\phi} \end{aligned}$$

Aquestes són les equacions amb les que treballarem a l'hora de simular el comportament del sistema.

9.-TECNICA DEL MOMENT ESTIMAT.

Es basa en suposar que el moment de les forces, que els motors, controladors i sensors fan sobre el sistema, és proporcional a la diferència entre les posicions reals i les desitjades i la diferència entre les velocitats reals i les desitjades dels components del manipulador. Aquest tipus de control és un proporcional – derivatiu i s’ha de realitzar en llaç tancat

$$\tau_j = -K_p \tilde{q}_j - K_d \dot{\tilde{q}}_j$$

$$\tilde{q}_j = q_j - q_{dj}$$

q_j són les coordenades generalitzades reals

q_{dj} són les coordenades generalitzades desitjades

En alguns casos els moments de les forces s’agafen com

$$\tau_j = -K_j u_j - c_j \dot{q}_j$$

k_j és la proporció entre el voltatge aplicat al motor i el treball produït

u_j és el voltatge aplicat

c_j és la constant de fricció amb el medi

Però com al nostre treball ens dediquem exclusivament a la simulació sense tenir en compte els efectes de motors i altres components del manipulador, ens quedarem amb la primera forma d’expressar els moments.

A l’hora de fer servir aquest control hem de tenir clar que existeixen una K_p i una k_d per cada un dels moments i que per tal motiu podem sintonitzar cada moment diferent dels altres, segons ens convingui. Nosaltres hem utilitzat el mateix valor de K_p i k_d pels tres moments, perquè obteníem resultats més bons.

10. SIMULACIÓ

Per fer la simulació editem un programa en SIMNON que conté les equacions de moviment del model, trobades mitjançant les equacions de Lagrange, i els moments de les forces no conservatives, expressats com hem descrit a l'apartat anterior.

Abans de seguir endavant cal advertir que per qüestions relatives a la realització del fitxer PROY.T i el llistat del programa utilitzat pot consultar-se l'annexa C.

Notació:

- q_1, q_2 i q_3 equivalen a les variables que hem estat fent servir fins ara: Θ_1, Θ_2 i Φ . També w_1, w_2 i w_3 equivalen a les respectives velocitats angulars

$$\dot{\Theta}_1, \dot{\Theta}_2 \text{ i } \dot{\Phi}$$

- Designem τ_1, τ_2 i τ_3 com a els torques aplicats en cada articulació deguts a l'acció de control.
- Els paràmetres $q_{d1}, q_{d2}, q_{d3}, w_{d1}, w_{d2}$ i w_{d3} són les consignes de referència en un llaç feedback. En aquest estudi mencionarem aquests paràmetres com angles desitjats i velocitats desitjades.

10.1. Control de posicions

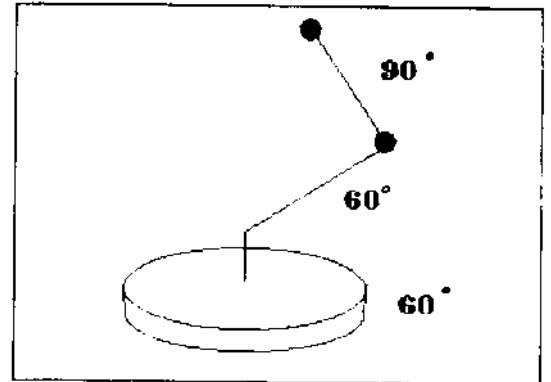
Considerem les masses i longituds dels components del manipulador amb valor unitari. Les constant corresponents als moments les agafem com $k_d = 100$ i $k_p = 20 * k_d$, valors amb els que obtenim millors resultats. I donem valors als angles de referència on volem que s'estacioni el manipulador. Tot això ho fem per varies posicions.

a)

$$\theta_1 = 60^\circ = 1.0471 \text{ rad}$$

$$\theta_2 = 90^\circ = 1.57 \text{ rad}$$

$$\varphi = 60^\circ = 1.0471 \text{ rad}$$

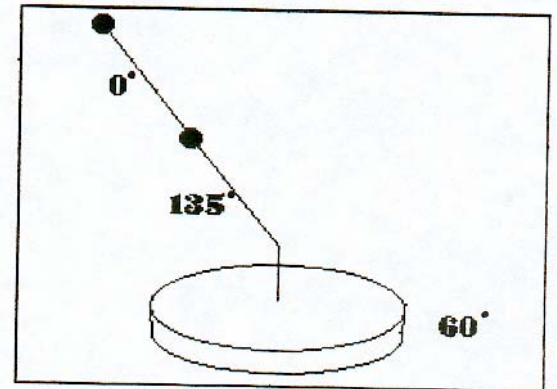


b)

$$\theta_1 = 135^\circ = 2.356$$

$$\theta_2 = 0^\circ = 0 \text{ rad}$$

$$\varphi = 60^\circ = 1.0471 \text{ rad}$$

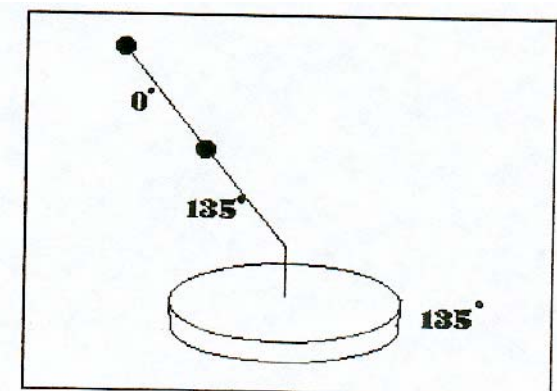


c)

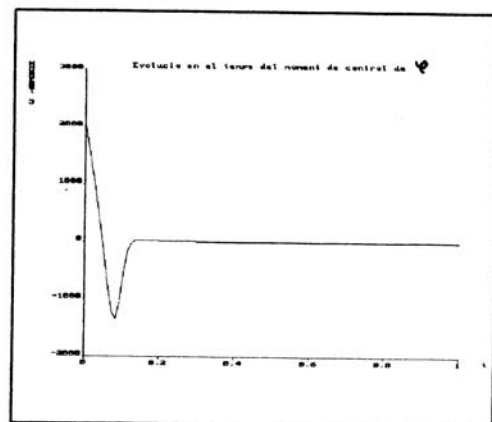
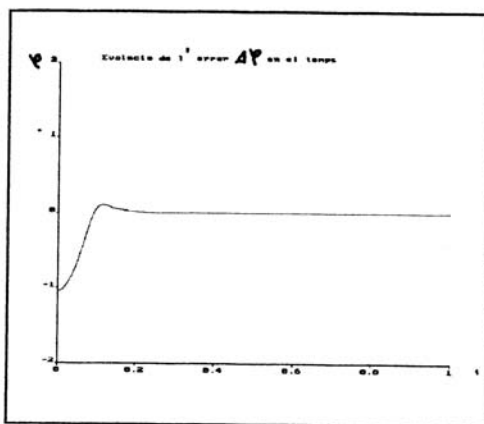
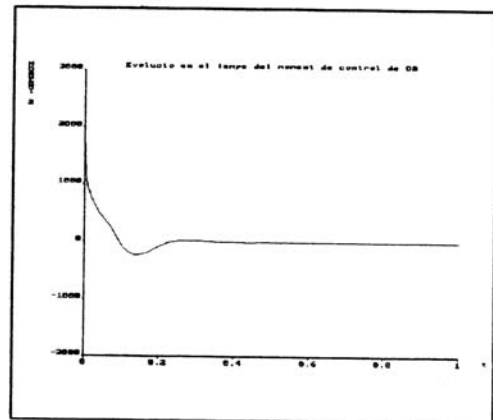
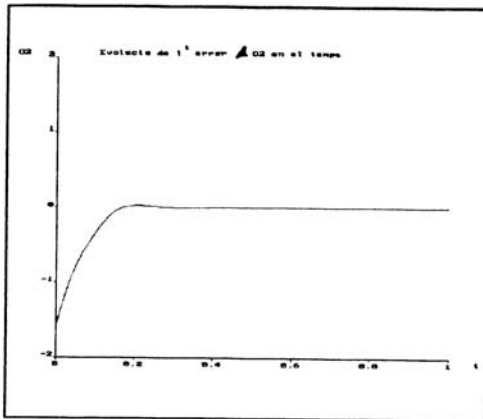
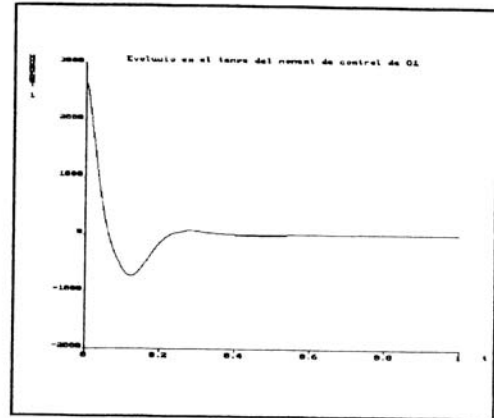
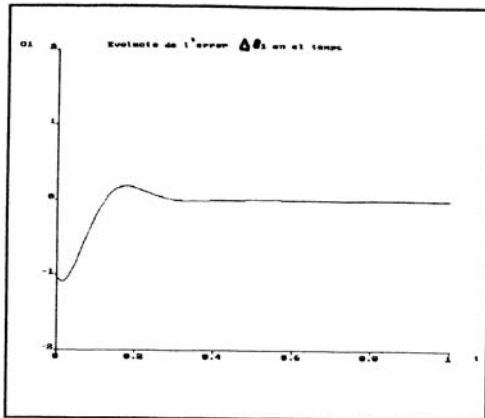
$$\theta_1 = 135^\circ = 2.356 \text{ rad}$$

$$\theta_2 = 0^\circ = 0 \text{ rad}$$

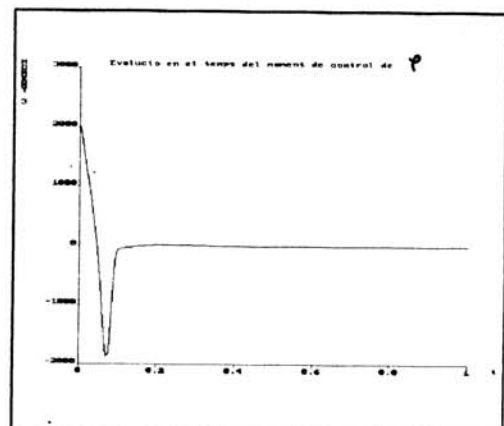
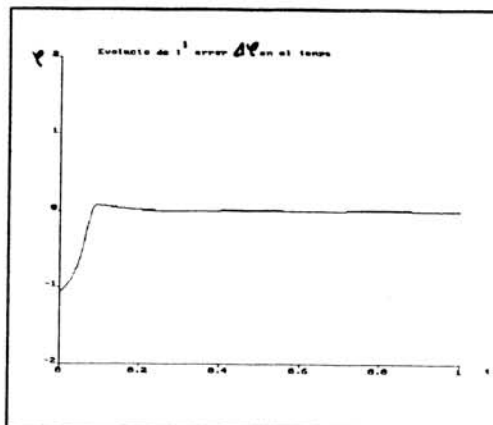
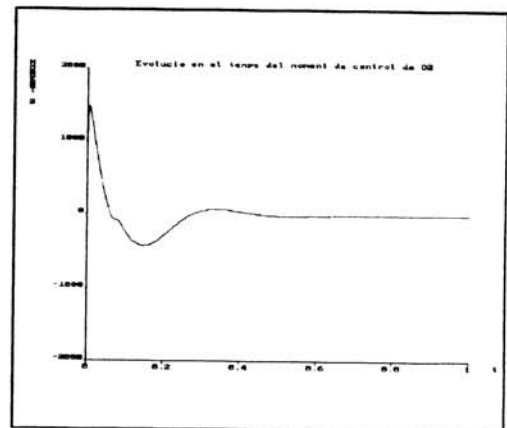
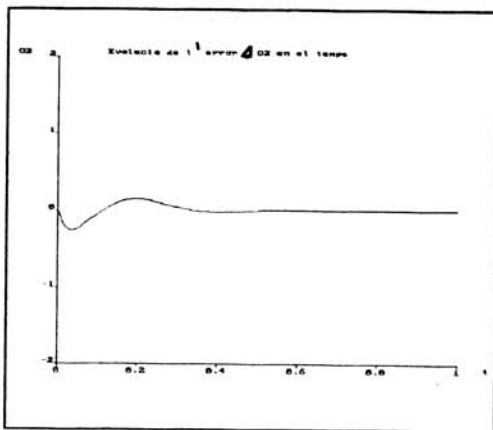
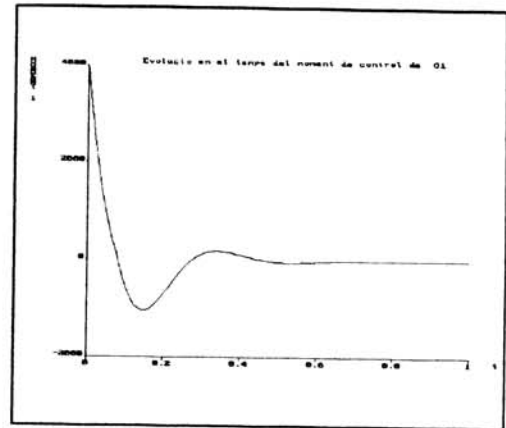
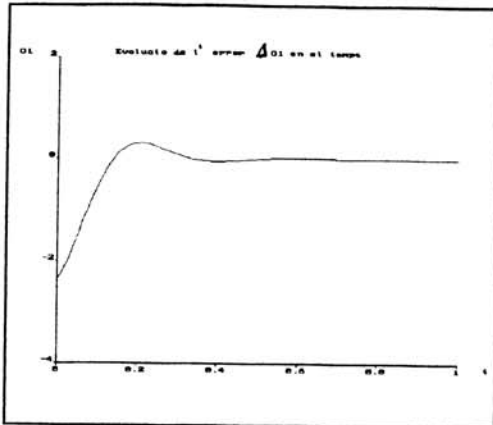
$$\varphi = 135^\circ = 2.356 \text{ rad}$$



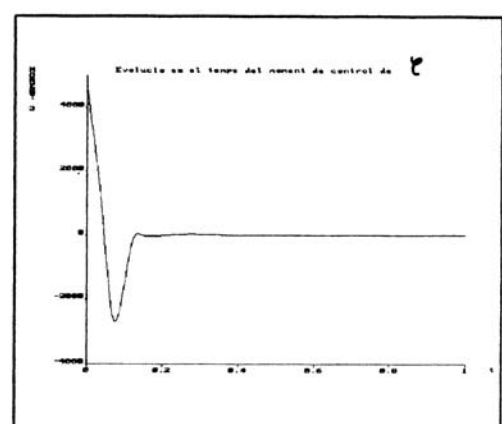
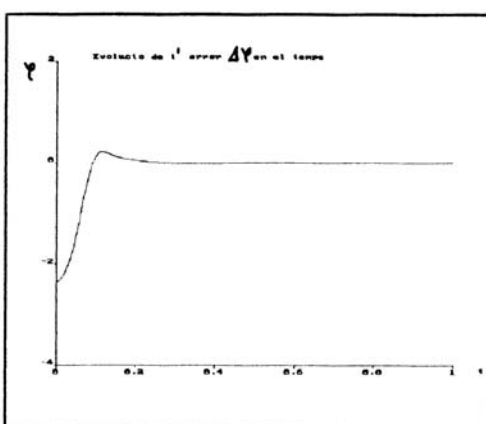
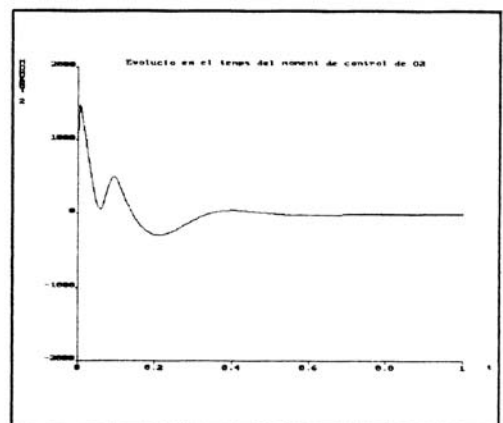
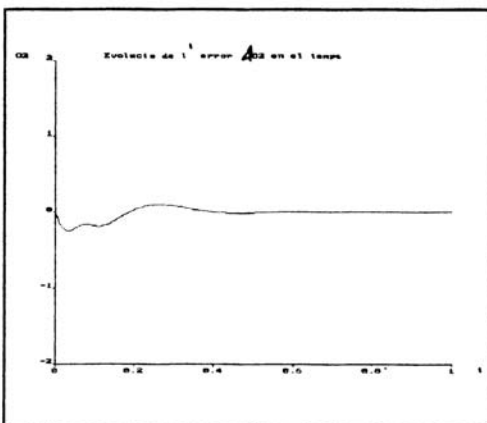
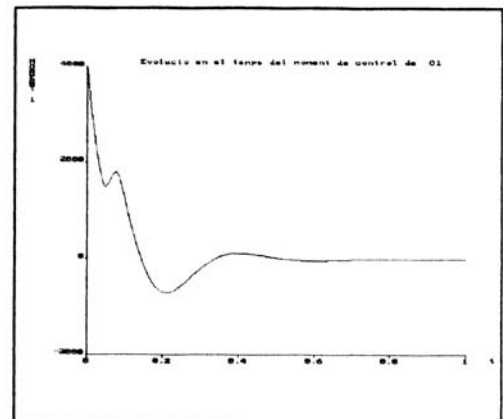
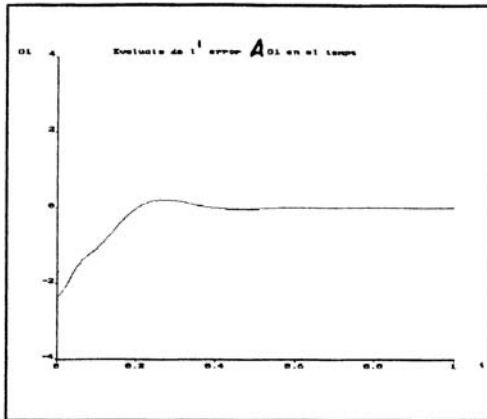
a)



b)



c)



Resultats:

- i) Comparant els casos a) i b), podem veure que tant la variació de Θ_1 com la de Θ_2 afecten a l'estacionament φ . A les gràfiques veiem que en el cas b) l'estacionament és més suau a costa de que el moment sigui més brusc.
- ii) Al cas b), encara que inicialment Θ_2 sigui 0 i s'estacioni a aquest mateix valor, no roman constant durant tot el procés. Això és degut a l'acoplament i a la gravetat.
- iii) En els casos b) i c) fem que Θ_1 i Θ_2 assoleixen els mateixos valors respectivament i que φ assoleixi valors diferents en tots dos casos. Podem veure que les variacions de Θ_1 i Θ_2 oscil·len una mica més abans d'estacionar-se en el cas c) que en el cas b). L'explicació per aquesta diferència és que en el cas c) el manipulador es mou un angle φ més gran que en el cas b) en el mateix interval de temps, o sigui, la base porta una velocitat angular més gran en un cas que en un altre el que provoca més inestabilitat.

10.2. Canvis en la massa

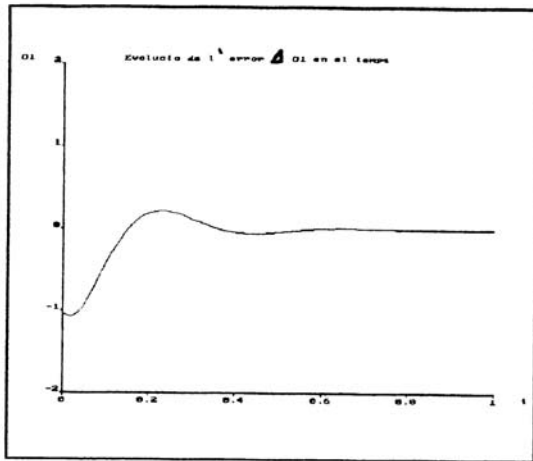
En aquest apartat estudiem que succeirà si afegim massa a les components del manipulador, en especial a l'avantbraç que serà com si agafés un cos per aixecar-lo a una posició determinada. Per fer aquest estudi hem utilitzat les mateixes posicions desitjades dels components amb les del cas a) de l'apartat anterior):

$$\theta_1 = 60^\circ = 1.0471 \text{ rad}$$

$$\theta_2 = 90^\circ = 1.57 \text{ rad}$$

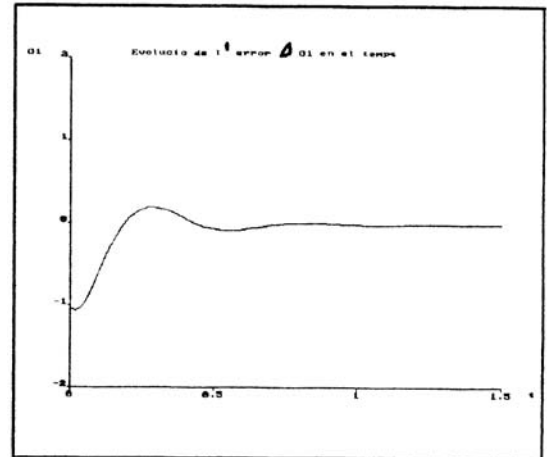
$$\varphi = 60 = 1.0471 \text{ rad}$$

Veiem que passa si afegim massa al braç1:



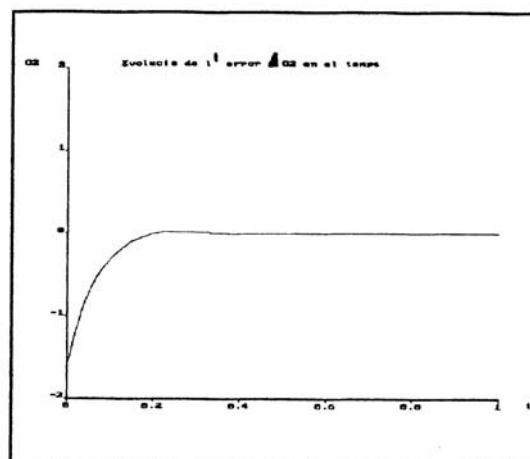
$M1 = 5$

$O1 = 0.01$



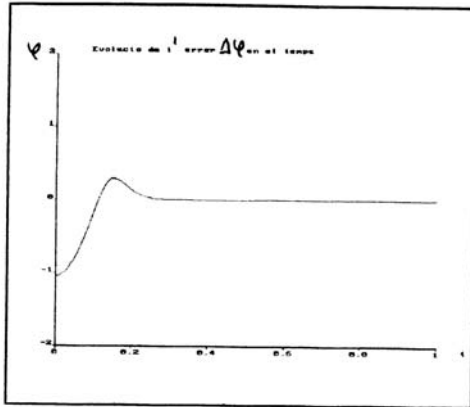
$m1 = 10$

$O1 = 0.02$

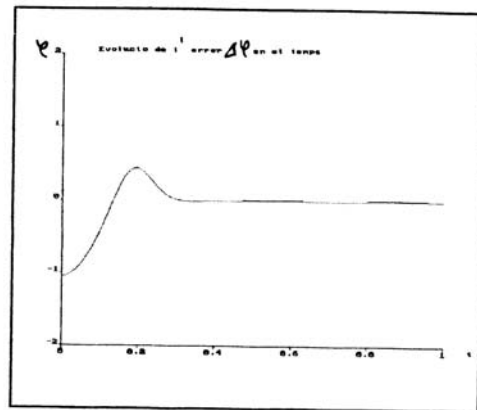


$m1 = 1$

$m1 = 5$



M1 = 5



m1 = 10

Observem que el fet d'incrementar la massa del braç1, de 5 a 10 unitats, fa que augmentin les oscil·lacions en l'error de posició d'aquest abans d'estabilitzar-se. A més a més, el temps que triga a estacionar-se augmenta. Aquest augment de massa no suposa cap canvi en l'estacionament del braç2 respecte del braç1 respecte del braç1 i gairebé no afecte en l'estacionament de la base del manipulador.

Cal dir que aquestes respostes poden ser millorades variant els paràmetres del controlador k_d i k_p . En aquest cas en concret sintonitzant

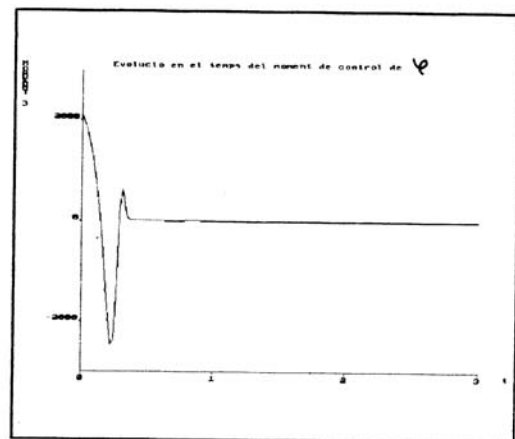
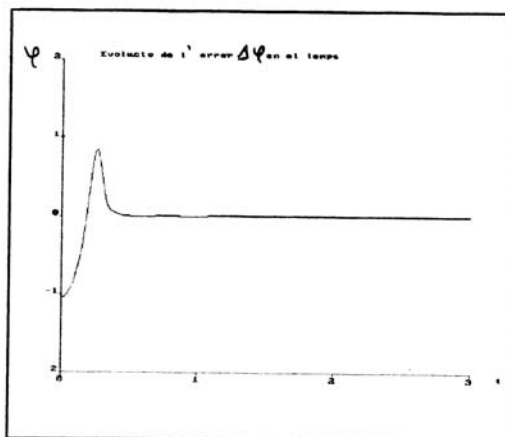
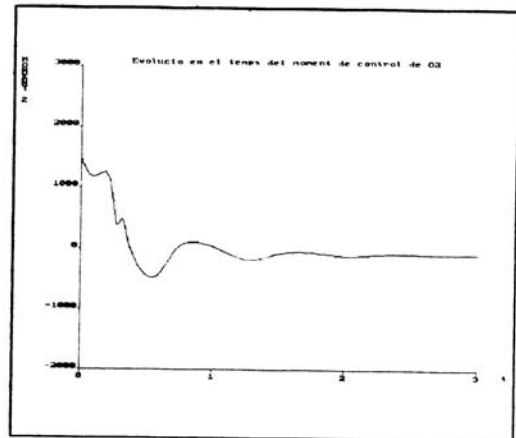
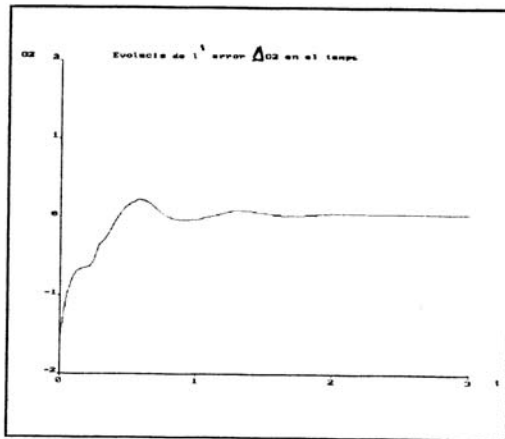
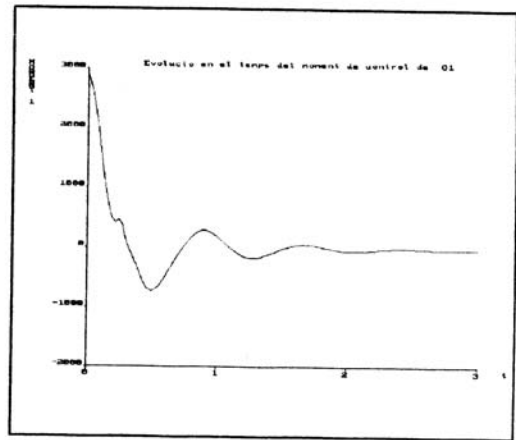
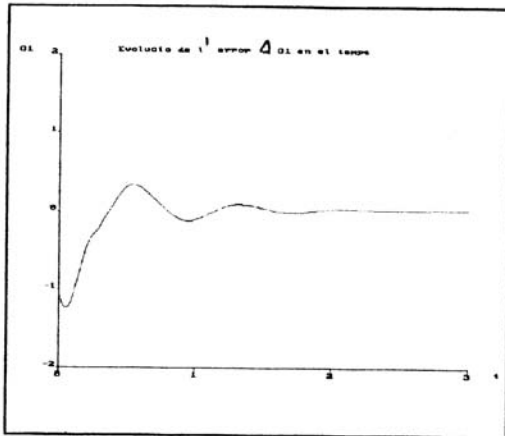
$$K_{d1} = k_{d2} = k_{d3} = 150$$

en el cas $m1=10$, obtenim resultats molt semblants als obtinguts amb $m1 = 5$.

Observem que passa si variem la massa del braç 2 o avantbraç:

$$m2 = 10$$

$$m1 = m2 = 11 = 12 = R = 1$$



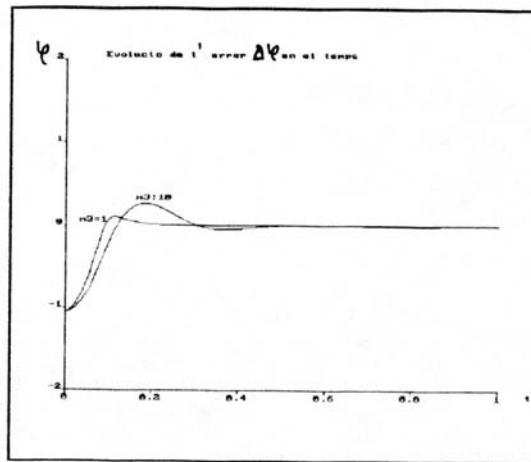
Aquest cas seria equivalent al cas real en que el manipulador portés agafat, pel seu element terminal, un cos d'una certa massa. Es evident que el moviment del manipulador canvia quan passa de moure's ell sol a quan porta un pes addicional.

Això és una de les coses que s'han de tenir en compte a l'hora de dissenyar un robot que hagi d'aixecar coses de diferents masses.

El resultat quan augmentem la massa de la base és:

$$m_3 = 10$$

$$m_1 = m_2 = I_1 = I_2 = R = 1$$



L'augment de la massa de la base només afecta lleument al seu propi estacionament, però no afecta gairebé al posicionament dels braços. Si en comptes d'augmentar aquesta massa, la disminuïm a $m_3 = 0.01$ veiem que el moviment de tots els components del robot no es veu alterat.

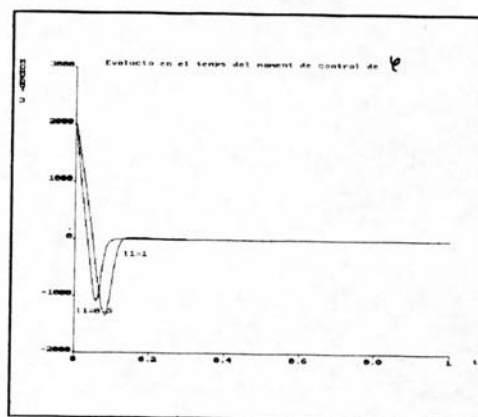
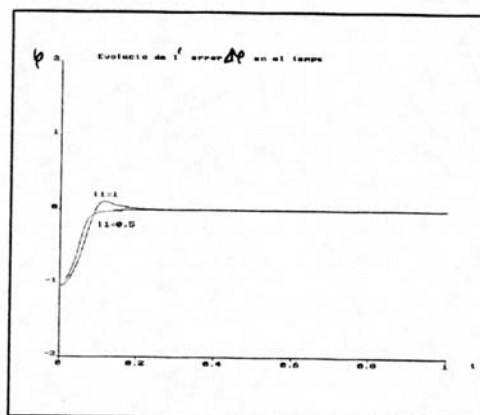
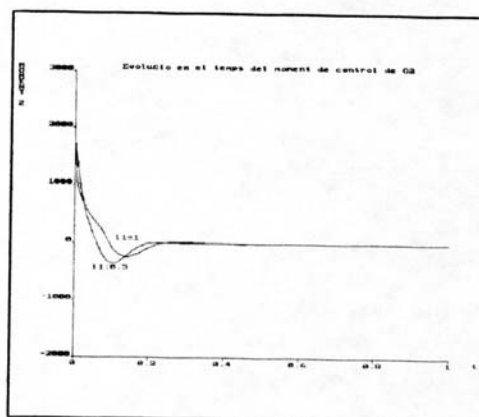
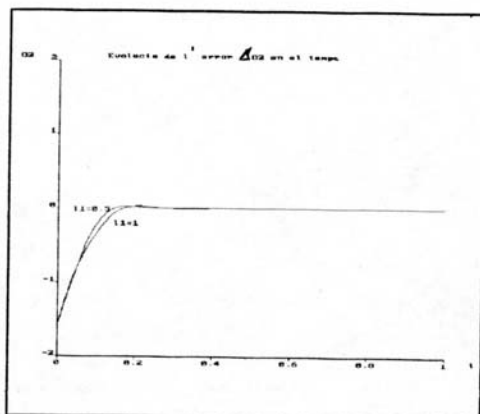
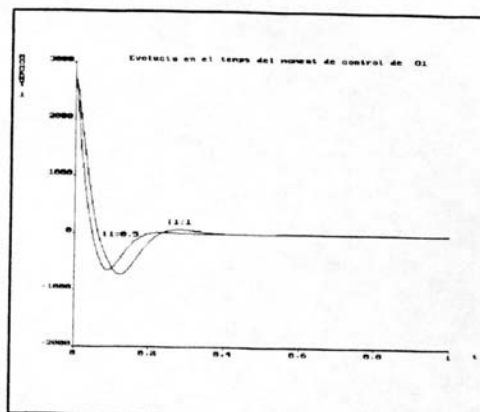
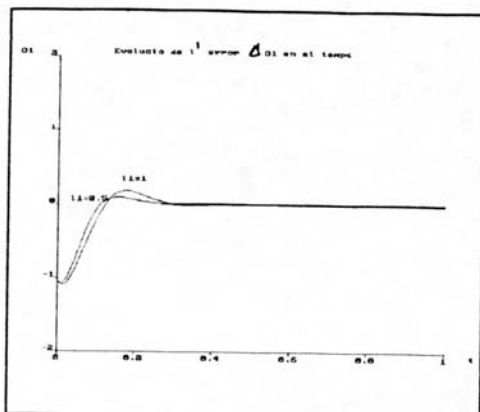
10.3. Variacions de les longituds dels braços

En el cas en disminuïm la longitud del braç 1 a la meitat, o sigui

$$l_1 = 0.5$$

$$m_1 = m_2 = m_3 = I_2 = R = 1$$

Tenim que:



El fet de disminuir la longitud dels braços fa que el sistema tingui una resposta ràpida.

10.4. Variació de longituds i masses alhora

Hem vist a l'apartat 10.2 que l'augment de massa als braços fa que triguin més a estacionar-se a una posició concreta i de forma més inestable. D'altra banda a l'apartat 10.3 hem vist que al disminuir les longituds dels braços, per la mateixa quantitat de massa, la resposta del sistema millorava. En aquest apartat veiem que succeeix si primer augmentem la massa del braç 2, mantenint tots els altres paràmetres amb valor 1, i després disminuïm la seva longitud a la meitat. Els casos seran aquests:

$$l_2 = 1$$

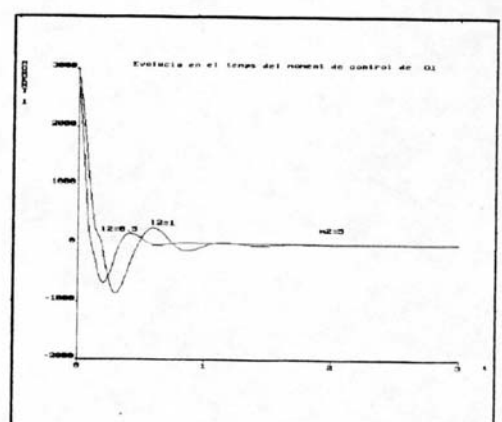
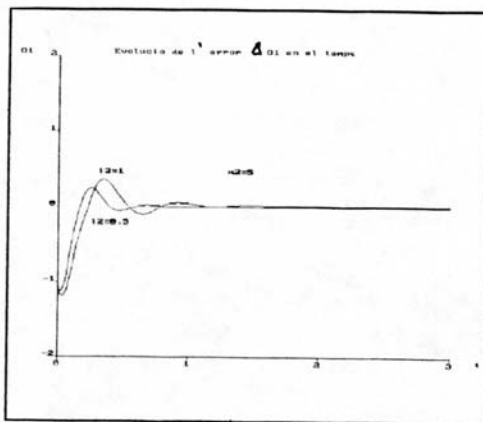
$$m_2 = 5$$

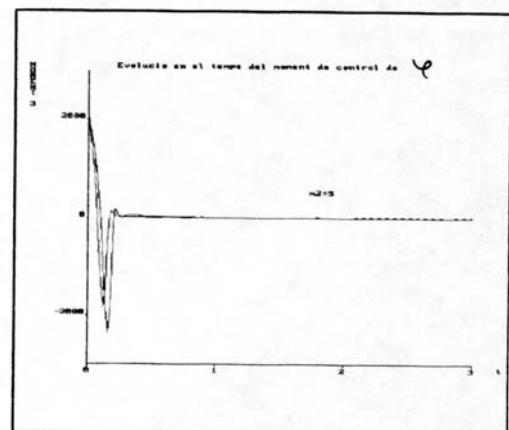
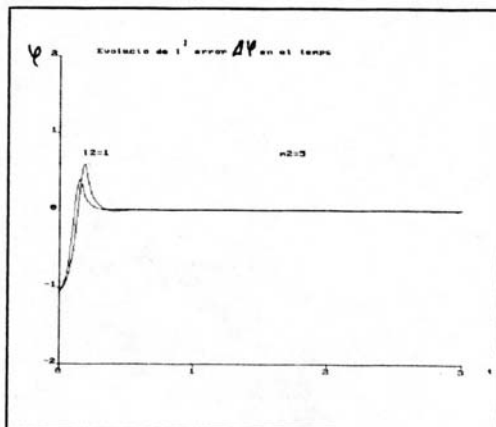
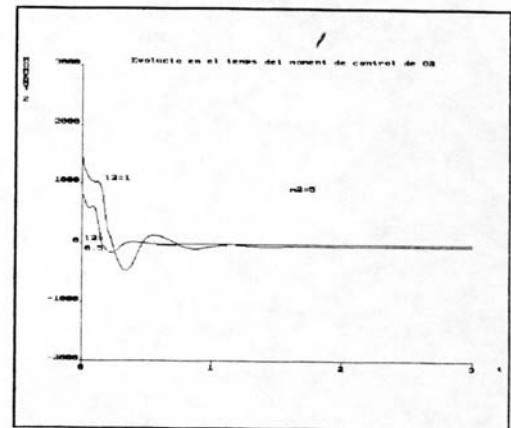
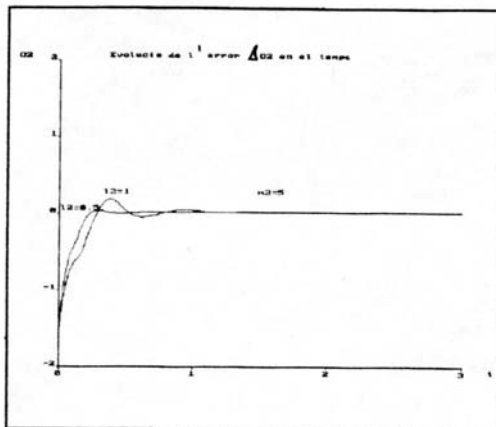
$$m_1 = m_3 = l_1 = R = 1$$

$$l_2 = 0,5$$

$$m_2 = 5$$

$$m_1 = m_3 = l_1 = R = 1$$





Aquests resultats són lògics, quan el braç és més curt el moment provocat per la gravetat, que han de contrarestar els motors, és més petit.

10.5.- Trajectòries

A més de fer que el manipulador s'estacioni a una determinada posició, podem fer que aquest sigui una trajectòria dependent del temps. Per portar-ho a terme substituïm al programa en SIMNOM les posicions desitjades concretes per funcions dependents del temps.

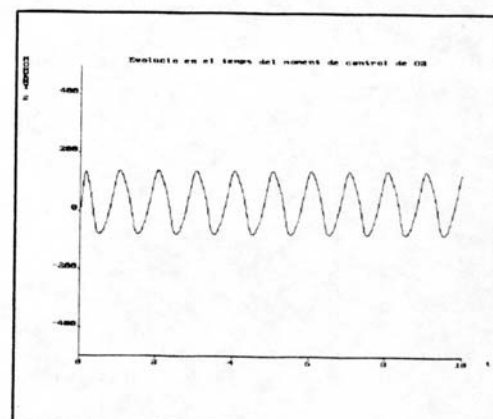
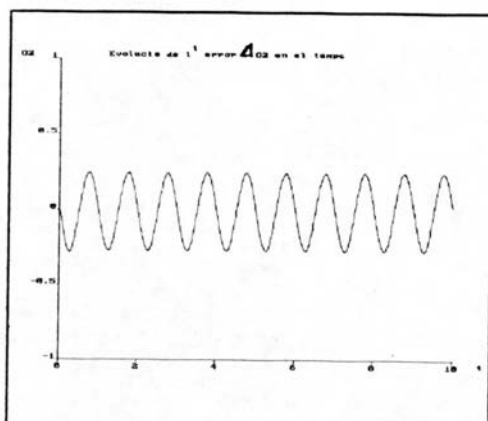
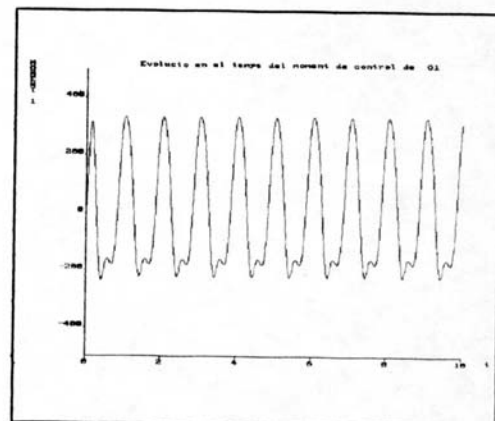
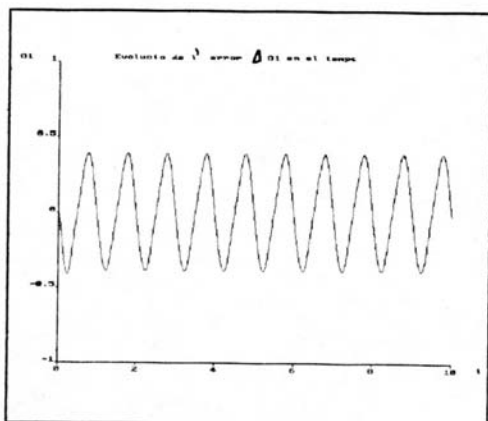
En primer lloc fem

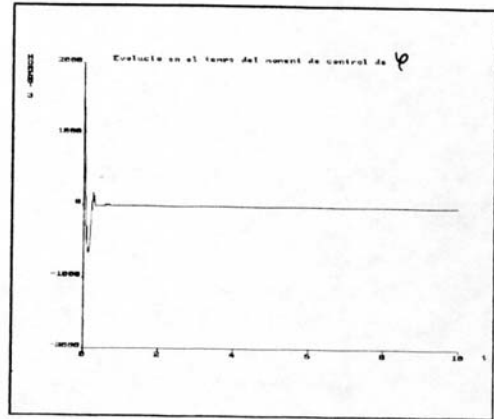
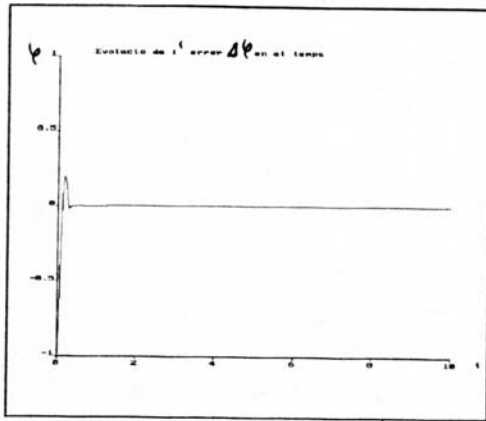
$$\theta_{1d} = 1.047 * (1 - \cos(2 * \text{PI} * t))$$

$$\theta_{2d} = 0.785 * (1 - \cos(2 * \text{PI} * t))$$

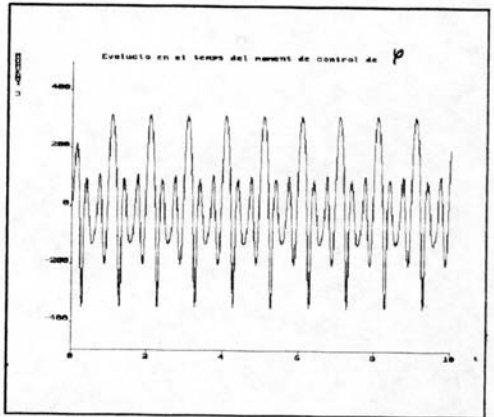
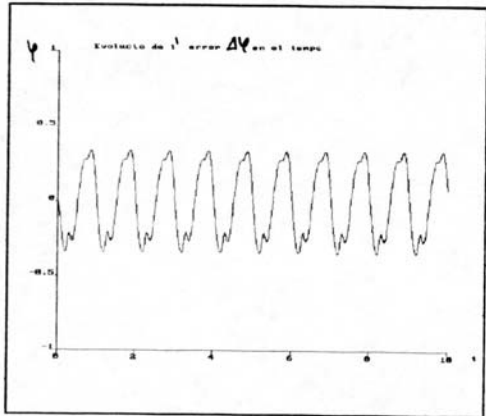
i deixem que la base assoleixi una posició fixa $\phi = 60^\circ$.

Els resultat són els següents:





Si fem que la base també es mogui dependent del temps, les trajectòries dels braços no es veuen gairebé afectades, però la base no segueix un moviment del tot perfecte.



11.- SIMPLIFICACIONS DEL MON DINÀMIC

La dinàmica del manipulador estudiat en aquest projecte es pot escriure de forma general com un conjunt de equacions diferencials no lineals acoplades de segon ordre. En forma compacte:

$$\begin{aligned} H_{11} \ddot{\theta}_1 + H_{12} \ddot{\theta}_2 + 2 C_{11} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + C_{11} \dot{\theta}_2^2 + C_{13} \dot{\phi}^2 + G_1 &= \tau_1 \\ H_{12} \ddot{\theta}_1 + H_{22} \ddot{\theta}_2 - C_1 \dot{\theta}_1^2 + C_{23} \dot{\phi}^2 + G_2 &= \tau_2 \\ H_{33} \ddot{\phi} - 2 C_{12} \dot{\theta}_1 \dot{\phi} - 2 C_{23} \dot{\theta}_2 \dot{\phi} &= \tau_3 \end{aligned}$$

Expressions que es poden escriure en forma matricial (veure annexa A) i que passem a comentar a continuació.

11.1.- Matriu H(q)

La matriu H(q) és la matriu de inèrcia de dimensió 3x3.

Abans de descriure quin és el significat de cada element de la matriu podem fixar-nos en l'esquema del nostre manipulador. Per cada articulació tenim associat un eix de rotació (en la direcció perpendicular al braç adjacent) sobre el que es defineixen els moments i productes d'inèrcia. A més d'aquests dos eixos orientats distintament (ja que tenim dues articulacions amb dos braços) existeix un tercer eix de rotació dotat que tenim una tercera articulació associada a la base i que ens permet una variació de l'angle ϕ .

La matriu total de inèrcia no és la suma de les contribucions degudes a cada articulació ja que existeixen elements fora de la diagonal no nuls H_{12} i H_{21} (amb $H_{12} = H_{21}$) que ens indiquen la presència d'acoplament entre les acceleracions $\ddot{\theta}_1$ i $\ddot{\theta}_2$. La acceleració $\ddot{\phi}$ està desacoplada respecte de les dues anteriors.

La matriu H(q) obtinguda presenta alguns elements nuls. Això és així a partir de l'estructura articulada que hem considerat en aquest projecte. Per altres estructures la forma de H(q) pot ser diferent.

Analitzant els elements de la matriu:

* H_{ii} és la inèrcia efectiva en el joint i . Una acceleració en l'articulació i causa un torque en l'articulació i igual a $H_{ii}\ddot{\theta}_i$ on $i = 1, 2$.

* H_{ij} és la inèrcia interactiva entre articulacions "i" i "j" diferents. Una acceleració en l'articulació i causa un torque en l'articulació j igual a $H_{ji}\ddot{\theta}_i$.

En el nostre cas les inèrcies interactives són iguals $H_{ij} = H_{ji}$.

Els termes H_{ij} i H_{ji} que són nuls en la nostra matriu indiquen que podem distingir entre la inèrcia relacionada amb $\ddot{\theta}_1$ i $\ddot{\theta}_2$ respecte de la inèrcia $\ddot{\phi}$.

11.2.- Matriu $c(q, \dot{q})$

Es un matriu de dimensions 3×3 que expressa la contribució de les forces centrífuga i Coriolis.

Anem a descriure la forma $c(q, \dot{q})$. D'entrada veiem que la matriu no està realitzada només amb coeficients numèrics com la matriu $H(q)$. En cada moment apareixen un terme numèric multiplicat per una velocitat. Els hem escrit així ja que la forma matricial es molt compacte. Si volem identificar cada terme amb el seu contingut físic és preferible veure els termes tal com apareixen directament en les equacions del moviment.

Recordem que els termes s'agrupen en aquells que presenten velocitats al quadrat $\dot{\theta}_i^2$ ($i = 1, 2$), $\dot{\phi}$, i els creuaments $\dot{\theta}_i\dot{\theta}_j$, $\dot{\theta}_i\dot{\phi}$, $\dot{\phi}\dot{\theta}_i$. Veient-los:

- $\dot{\theta}_j^2$ (amb $j=1, 2$). Pels factors que multipliquen a $\dot{\theta}_j^2$ tenim la força centrífuga que actua en l'articulació i deguda a la velocitat en l'articulació j . Aquesta afirmació no és evident i cal explicar-la. El fet de que l'articulació j es mogui amb la velocitat angular implica que la massa situada sobre l'articulació j rep la intensitat de la força centrífuga (a més de la gravitatòria). Ara bé, com que el nostre sistema és un conjunt articulat de braços i articulacions tenim que la velocitat de l'articulació j es tradueix en força centrífuga també en l'articulació i . De manera que veiem com existeix un fenomen de interacció entre braços.

- $\dot{\phi}^2$. Pels factors que multipliquen a $\dot{\phi}^2$ tenim la força centrífuga associada a la velocitat $\dot{\phi}^2$.

La força centrífuga és la contribució de forces centrífugues de moviments circulars situats en el pla equatorial (ϕ) i en el pla azimutal (Θ_1 i Θ_2). Tenim encara més contribucions:

- $\dot{\theta}_i \dot{\phi}_i$ i $\dot{\theta}_i \dot{\phi}_j$. Els termes que inclouen aquestes velocitats creuades signifiquen la força de Coriolis de barreja dels moviments efectuats en plans diferents (Θ, ϕ).

D'altra banda s'observa que els elements de matriu dependents de ϕ de fora de la diagonal difereixen només en el signe:

$$C_{31} = -C_{13} \quad \text{i} \quad C_{32} = -C_{23}$$

11.3. **Vector G.**

Es un vector de 3 files * 1 columna que representa la contribució de la gravetat en el manipulador. En el nostre manipulador els torques degut a la gravetat són G1, G2 i G3 per cada una de les equacions diferencials.

- G1: la component G1 indica el moment de la força gravetat aplicat en l'articulació 1. S'observa l'addició de tres termes ja que hi ha present la interacció entre els braços de la estructura.
- G2: la component G2 és el moment de la força aplicat a la articulació 2: la força actuant $m_2 * g$ (pes) per la longitud l_2 del braç 2, juntament amb l'angle que formen entre si ($\Theta_1 + \Theta_2$). (aquest és l'angle ja que el braç 2 està supeditat al braç 1)
- G3: la component G3 és zero ja que la gravetat només té component vertical, mentre que el pla descrit per la variació de ϕ és horitzontal. (el producte escalar entre força i longitud en la definició del moment de la força és nul qual l'angle és de 90°).

11.4.- Simplificacions

Si diagonalitzem la matriu $H(q)$ podem desfer l'acoplament deixant les equacions diferencials separades. En principi, això es pot fer amb les tècniques matemàtiques habituals. El problema està en que si diagonalitzem $H(q)$ també em de diagonalitzar $C(q, \dot{q})$ i aquesta ja és una situació més complicada degut a les dificultats en l'àlgebra.

D'altre banda no té sentit menysprear els termes que impliquen la interacció ja que justament volem esbrinar com afecta el moviment d'un braç respecte de l'altre.

Observant la matriu $H(q)$ hom podria pensar que H_{12} es pot eliminar sempre que $m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos(\Theta - 2) = 0$. Si eliminem els paràmetres que es poden simplificar ens queda que $\Theta - 2 = \arccos(-l_2 / l_1)$. Si prenem longituds iguals pels dos braços $l_1 = l_2$ obtenim que $\Theta - 2 = \pi$, o sigui, que el segon braç estaria replegat sobre el primer !!, quelcom impensable per les restriccions que existeixen en les articulacions.

Així, cal evitar les simplificacions brusques i emprar la simulació amb SIMNON com a ajuda.

El la literatura sobre aquest punt hi ha concordança en afirmar que les matrius $H(q)$ i G son indispensables tant a baixes com a altes velocitats de la estructura articulada. En canvi s'afirma que davant la clara dependència de $C(q, \dot{q})$ en termes quadràtics de la velocitat es possible menysprear aquesta matriu si treballem a baixes velocitats. Les línies següents corroboren aquesta última afirmació.

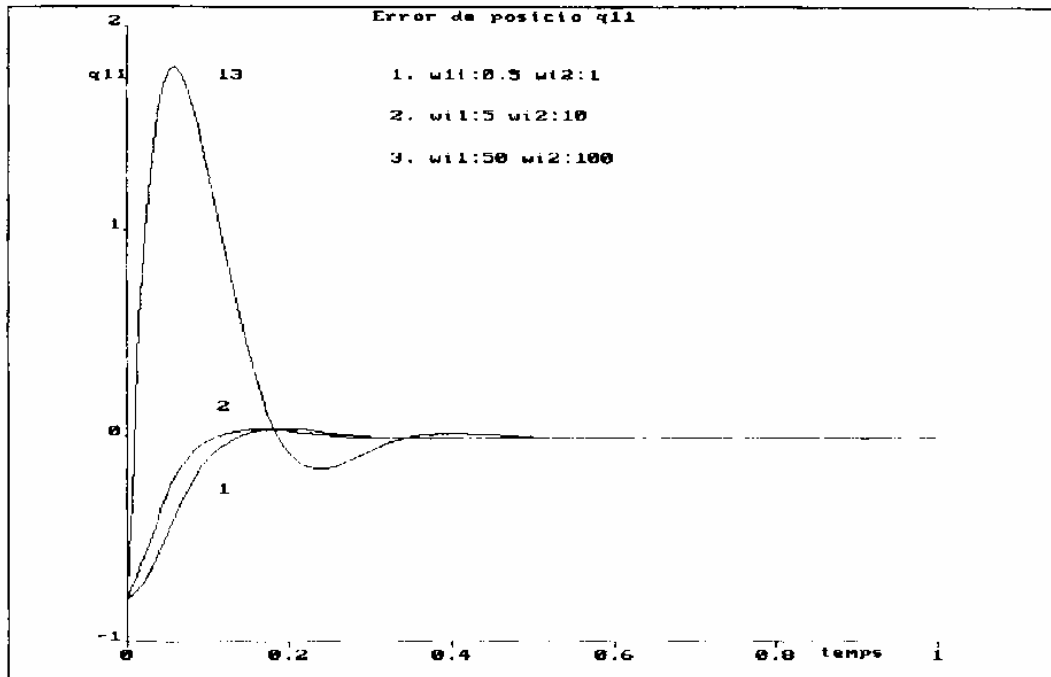
El procediment serà repetir varies simulacions modificant els valors de les velocitats inicials, de valors baixos a valors notablement alts. A més, simulen dues dinàmiques

$$H(q) \cdot \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G = \tau$$
$$H(q) \cdot \ddot{q} + G = \tau$$

de manera que veurem fins a quin punt es pot menysprear o no la matriu $C(q, \dot{q})$.

Suposem que volem arribar a unes posicions desitjades amb velocitats finals Nules.

Dibuixem les variables d'error de posició q_{11} i q_{22} en funció del temps amb els valors concrets següents:



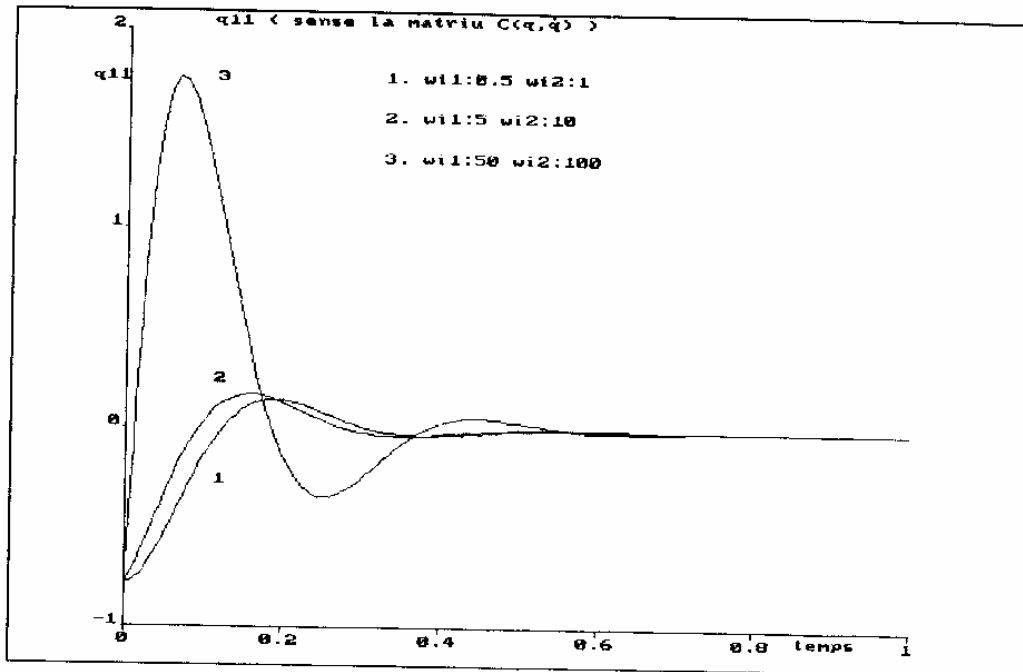
$Qd_1 : 0.785$ rad (45°), $qd_2 : 0.436$ rad (25°), $qd_3 : 0.785$ rad $wd_1:0$,
 $wd_2:0$, $wd_3:0$, $kd_1:100$, $kd_2:100$, $kd_3:100$

$L_1:1$ m, $l_2:1$ m, $l_2:1$, $r_3:1$ m, $m_1:1$ kg, $m_2:1$ kg, $m_3:1$ kg

Els increments en les velocitats inicials comporten un augment de la oscil·lació. Per un augment del 10% la corba 2 no difereix gaire de la corba 1, però per un valor del 100%, o sigui $w_{i1} = 50$ i $w_{i2} = 100$, obtenim un gran pronunciament de la oscil·lació. A més, l'arribada a l'estacionari ha quedat retardada.

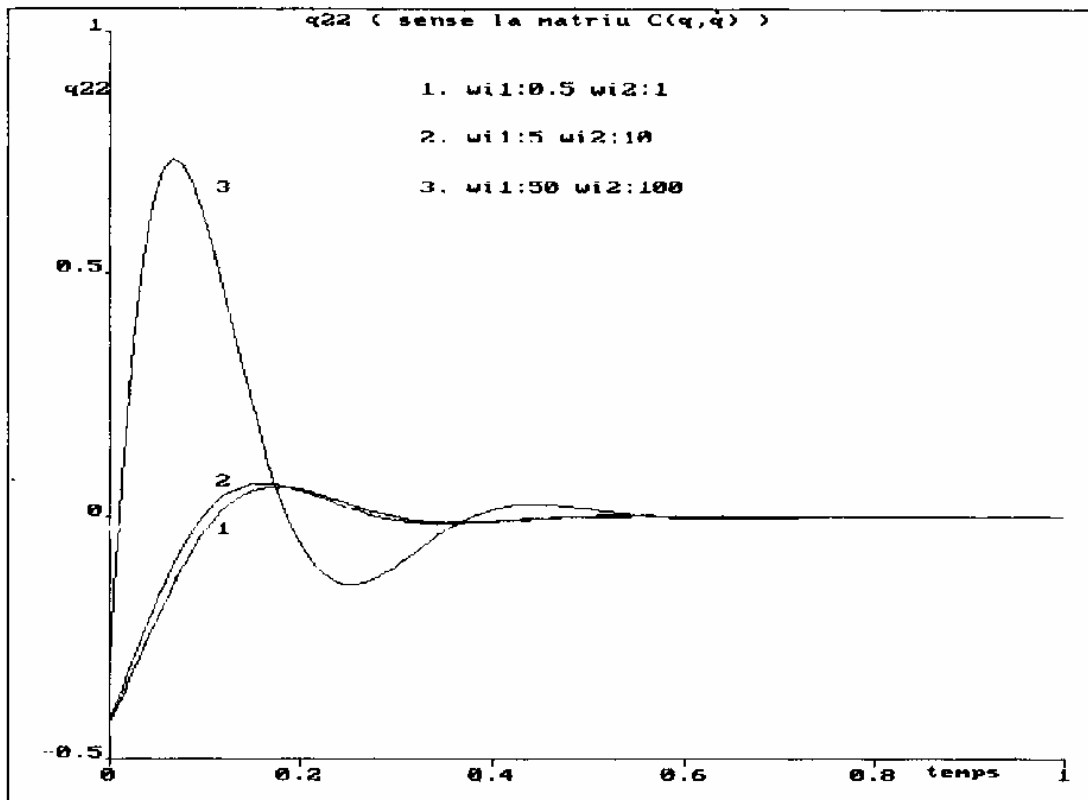
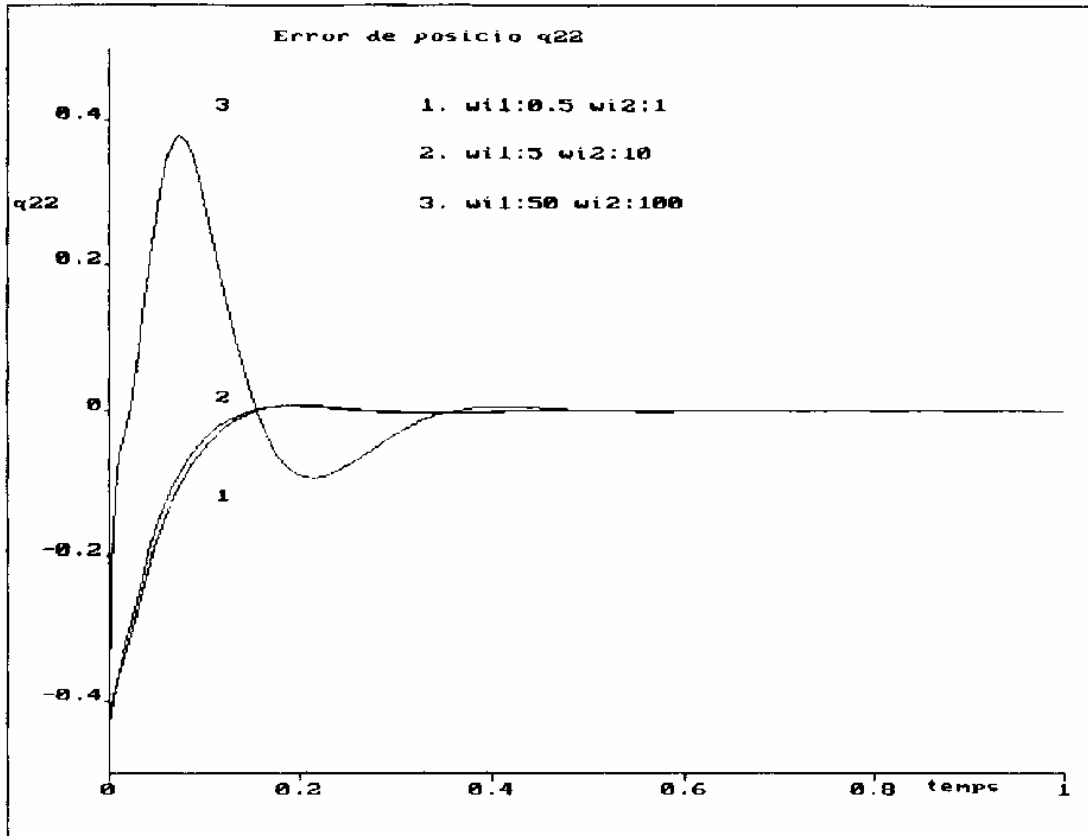
Simulem ara q11 sense la matriu c(q, q):

Simulem ara q11 sense la matriu C(q, q̇):



La simulació ha quedat feta amb les mateixes condicions dels paràmetres anteriors. Es pot observar com a baixes velocitats ($w_{i1}:0.5$ o 5 i $w_{i2}:1$ o 10) les dues dinàmiques són força coincidents (encara que no són calcades una de l'altre) i com a altes velocitats ($w_{i1}:50$ rad/s i $w_{i2}:100$ rad/s) s'observen clares discrepàncies.

Per que la qüestió sigui més evident adjuntem a continuació les gràfiques dels errors de posició q22 en les dues dinàmiques citades.



Veiem com per grans valors de la velocitat la corba no té una forma tant “regular” com succeïa a baixes velocitats. Es desprèn d’aquí que a grans velocitats els efectes d’interacció entre braços adquireixen més rellevància. Això és un clar problema alhora d’efectuar un bon control.

Davant aquests fets experimentals podem resumir la situació en els punts següents:

- La matriu de inèrcia $H(q)$ expressa l’oposició de la massa total al possible moviment de la estructura articulada. No és un terme menyspreable.
- El vector G expressa la presència d’un camp gravitatori actuant sobre la estructura. No és un terme menyspreable.¹
- La matriu $c(\dot{q}, q)$ expressa la presència de forces centrífuga i de Coriolis degut al moviment de rotació de la estructura. A baixes velocitats la matriu és menyspreable simplificant-se molt la dinàmica dels sistema. A altes velocitats la matriu no és menyspreable ja que les forces citades es fan més intenses i la interacció entre els components de la estructura és considerable.

Caldria prendre en consideració diferents punts respecte a les variacions de la velocitat:

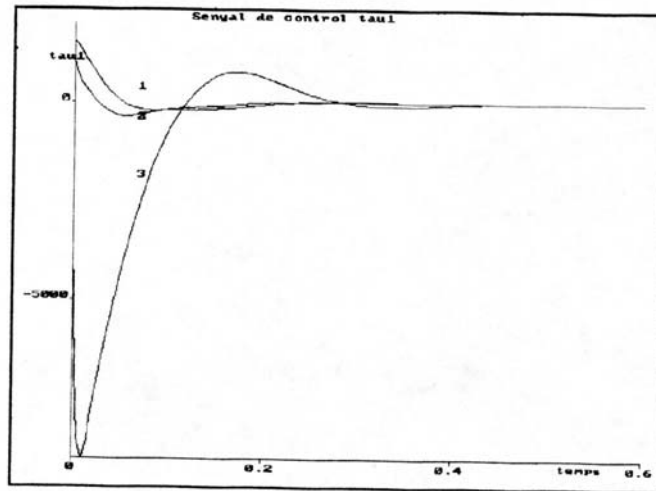
- cal formalitzar més rigorosament quin és el límit entre altes i baixes velocitats. Per aconseguir això s’ha d’estudiar quina és la mitja de velocitat d’un robot en les seves aplicacions industrials.
- Cal estudiar si realment les altes velocitats són suportables per l’estructura del manipulador, que també ha de suportar grans càrregues.

Respecte el primer punt direm que velocitats entre 0 i 10 rad/s són les que s’utilitzen en robots industrials [5]. El valor de 100 rad/s té més aviat un valor teòric que no pas pràctic. I enllaçant això amb el segon punt direm que els comentaris i simplificacions de la dinàmica a través de l’estudi de la velocitat

¹ En el cas de l’aplicació de manipuladors fora de la atmosfera terrestre és important calibrar les variacions de la gravetat. La nau Viking 1 que arribar a Mart l’any 1978 posseïa un braç articulat que podia recollir mostres del sòl Marcia.

entén fortament relacionats amb el disseny de l'estructura (només de braços, tius d'articulacions i moviments permesos, càrregues suportades,).

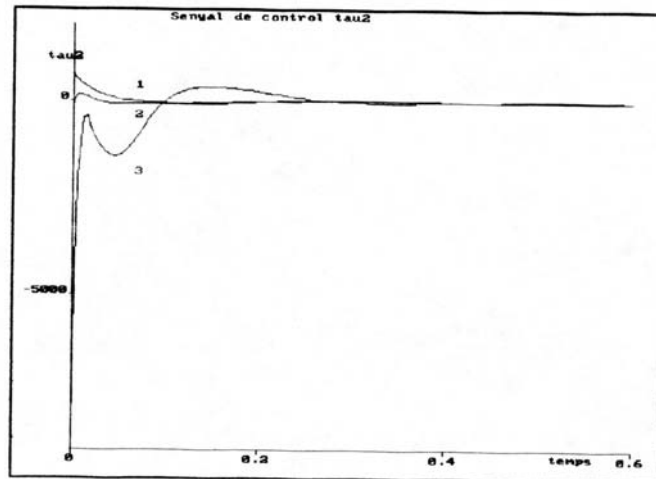
Essent la problemàtica real del robot industrial més complicada que la que hem esquematitzat en aquest projecte, la funció de control és certament una tasca difícil. Podem veure en la següent gràfica el torque τ_1 (referit a q_{11}) per les diferents velocitats inicials:



1. $w_{i1} : 0.5 \text{ rad/s}$ $w_{i2} : 1 \text{ rad/s}$
2. $w_{i1} : 5 \text{ rad/s}$ $w_{i2} : 10 \text{ rad/s}$
3. $w_{i1} : 50 \text{ rad/s}$ $w_{i2} : 100 \text{ rad/s}$

Observem com la senyal de control varia a l'augmentar la velocitat. En el cas simulat de altes velocitats (corbes 3) el control és fa dificultós degut a la interacció existent.

De fet els valors de 50 rad/s i 100 rad/s no tenen aplicació en la realitat però il·lustren el problema de trobar una llei de control eficaç.



12.- ALTERNATIVES DE CONTINUACIÓ

12.1. Models.

Podem triar les coordenades generalitzades que vulguem per tal de construir un altre model diferent del que aquí hem tractat.

De fet, es poden agafar els models més representatius dels robots industrials existents i aplicar de nou tot el procés de simulació.

12.2. Cinemàtica.

En el punt 2. s'ha fet un breu introducció al tema de la cinemàtica. La literatura sobre el tema és més extensa i es pot aprofundir més.

En el punt 7. hem tractat el problema de la cinemàtica directa per al nostre model i seria aconsellable realitzar el problema més interessant de la cinemàtica inversa.

12.3.- Control.

Existeixen diversos tipus de control dinàmic aplicables en robòtica [9] i seria interessant realitzar alguns d'ells per tal de triar un bon control.

Com a exemple concret es pot aplicar la tècnica del control adaptatiu en la vessant de MRAC (Model Reference Adaptative Control).

12.4.- Velocitats

Seria interessant analitzar amb profunditat els valors més usuals que presenten les velocitats dels robots en la indústria per tal de contrastar els valors reals amb els simulats i poder definir un rang adequat de baixes i altes velocitats per cada un dels models.

ANNEXES

A.- CONSIDERACIONS SOBRE EL MODEL I LES SEVES EQUACIONS.

En comptes d'agafar el nostre model per l'estudi tal i com l'hem agafat, el podríem haver complicat una mica més fent-lo més real. Podíem haver considerat que la massa no estava sols acumulada al final dels braços, sinó que estava distribuïda uniformement al llarg d'ells. Si tenim en compte això, el càlcul de les equacions de Lagrange varia una mica. Llavors l'energia cinètica de cap braç serà integral de l'energia cinètica de tots els diferencials de massa al llarg del braç. El mateix passa amb l'energia potencial.

$$T = \int_0^L \frac{1}{2} \dot{r}_i^2 dm \qquad V = g \int_0^L z_i dm$$

r_i és la velocitat de cada diferencial de massa

z_i és la component en la direcció z de cada diferencial de massa

$$dm = \frac{M}{L} dl$$

M és la massa total del braç

L és la longitud total del braç

dl és el diferencial de longitud

Fent les substitucions pertinents trobem les energies cinètiques i potencials, i així obtenim la Lagrangiana.

$$\begin{aligned}
 L = & \left(\frac{1}{6} L_1^2 M_1 + \frac{1}{2} M_2 L_1 L_2 + \frac{1}{6} M_2 L_2^2 \right) \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} M_2 L_2 L_1 \cos \theta_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \\
 & + \frac{1}{2} M_2 L_2^2 \dot{\theta}_2^2 + \\
 & + \left(\frac{M_2}{3} L_2^2 + \frac{1}{2} M_2 L_1 L_2 \cos \theta_2 \right) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \\
 & + \left(\frac{1}{2} M_2 L_1^2 \cos^2 \theta_1 + \frac{1}{2} M_2 L_1 L_2 \cos \theta_1 \cos (\theta_1 + \theta_2) + \frac{1}{6} M_2 L_2^2 \cos (\theta_1 + \theta_2) \right) + \\
 & + \frac{1}{4} M_3 L_3^2 \dot{\varphi}^2 - \\
 & - \left(\frac{1}{2} M_1 L_1 g + M_2 L_1 g \right) \sin \theta_1 - \frac{M_2}{2} L_2 g \sin (\theta_1 + \theta_2)
 \end{aligned}$$

Troblem les equacions de Lagrange derivant tal i com ho hem fet a l'apart 8.

$$\begin{aligned}
 \tau_1 = & \left(\frac{1}{3} L_1^2 M_1 + M_2 L_1^2 + \frac{1}{3} M_2 L_2^2 + M_2 L_1 L_2 \cos \theta_2 \right) \theta_1 + \\
 & + \left(\frac{M_2}{3} L_2^2 + \frac{1}{2} M_2 L_1 L_2 \cos \theta_2 \right) \ddot{\theta}_2 - \\
 & - M_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - \\
 & - \frac{1}{2} M_2 L_1 L_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2^2 + \\
 & + \left(M_2 L_1^2 \cos \theta_1 \sin \theta_1 + \frac{1}{2} M_2 L_1 L_2 \sin(2\theta_1 + \theta_2) \right) + \\
 & + \frac{1}{3} M_2 L_2^2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) \dot{\varphi}^2 + \\
 & + \left(\frac{1}{2} M_1 L_1 g + M_2 g L_1 \right) \cos \theta_1 + \frac{M_2}{2} L_2 g \cos(\theta_1 + \theta_2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tau_2 = & \left(\frac{M_2}{3} L_2^2 + \frac{1}{2} M_2 L_1 L_2 \cos \theta_2 \right) \ddot{\theta}_1 + \\
& + M_2 L_2^2 \ddot{\theta}_2 + \\
& + \frac{1}{2} M_1 L_1 L_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_1^2 + \\
& + \left(\frac{M_2}{2} L_1 \cos \theta_1 \sin(\theta_1 + \theta_2) + \frac{M_2}{3} L_2^2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) \right) \dot{\phi}^2 + \\
& + \frac{M_2}{2} L_2 g \cos(\theta_1 + \theta_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tau_3 = & (M_2 L_1^2 \cos^2 \theta_1 + M_2 L_1 L_2 \cos \theta_1 \cos(\theta_1 + \theta_2) + \frac{M_2}{3} L_2^2 \cos^2(\theta_1 + \theta_2) + \\
& + \frac{M_2}{3} R^2) \ddot{\phi} - \\
& - (2M_2 L_1^2 \cos \theta_1 \sin \theta_1 + M_2 L_1 L_2 \sin(2\theta_1 + \theta_2)) \dot{\theta}_1 \dot{\phi} - \\
& - M_2 L_1 L_2 \cos \theta_1 \sin(\theta_1 + \theta_2) \dot{\theta}_2 \dot{\phi} - \\
& - \frac{2}{3} M_2 L_2^2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \dot{\phi}
\end{aligned}$$

Si comparem aquestes equacions amb les obtingudes a l'apartat 8, veiem que bàsicament són les mateixes, només canvien les constants per les que multipliquem els diversos termes. Això és degut a la distribució de la massa dels braços, doncs aura partícules que estaran més a prop dels eixos de rotació que altres i el seu moment serà més petit.

El fet de que només canviïn les constants d'un model a l'altre ens permetria, variant les masses i longituds en les equacions d'un dels models, obtenir resultats semblants als obtinguts, amb altres masses i longituds, amb les equacions de l'altre.

B.- EQUACIONS DEL MOVIMENT EN FORMA MATRICIAL

Les equacions del moviment poden escriure's de forma compacte mitjançant la següent notació:

$$\begin{aligned} H_{11} \ddot{\theta}_1 + H_{12} \ddot{\theta}_2 + 2 * c_{11} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + c_{11} \dot{\theta}_2^2 + c_{13} \dot{\phi}^2 + G_1 &= \tau_1 \\ H_{12} \ddot{\theta}_1 + H_{22} \ddot{\theta}_2 - c_{12}^2 + c_{23} \dot{\phi}^2 + G_2 &= \tau_2 \\ H_{13} \ddot{\phi} - 2 * c_{13} \dot{\theta}_1 \dot{\phi} + c_{23} \dot{\theta}_2 \dot{\phi} &= \tau_3 \end{aligned}$$

Podem veure en la primera equació la interacció entre les velocitats $\dot{\theta}_1$ en el $\dot{\theta}_2$ terme $2 * c_{11} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2$. De forma rigorosa s'hauria d'escriure $c_{11} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + c_{11} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1$ les interaccions relatives entre braços són iguals de manera que podem fer la addició. Quelcom semblant passa entre les velocitats $\dot{\theta}_1 - \dot{\phi}$ i $\dot{\theta}_2 - \dot{\phi}$.

Podem resumir ara les equacions diferencials a la forma matricial:

$$H(q) * \ddot{q} + C(q, \dot{q}) * \dot{q} + G(q) = \tau$$

on les coordenades generalitzades q són θ_1, θ_2 i ϕ :

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & 0 \\ H_{12} & H_{22} & 0 \\ 0 & 0 & H_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} \dot{\theta}_2 & C_{11} (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) & C_{13} \dot{\phi} \\ -C_{11} \dot{\theta}_1 & 0 & C_{23} \dot{\phi} \\ -C_{13} \dot{\phi} & -C_{23} \dot{\phi} & -C_{13} \dot{\theta}_1 - C_{23} \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}$$

Essent els elements de matriu els següents:

* Matriu d'inèrcia H(q):

$$H_{11} = (m_1 + m_2) * l_1^2 + m_2 * l_2^2 + 2 * m_2 * l_1 * l_2 * c \theta_2$$

$$H_{12} = m_2 * l_2^2 + m_2 * l_1 * l_2 * c(\theta_2)$$

$$H_{22} = m_2 * l_2^2$$

$$H_{33} = (m_1 + m_2) * l_1^2 * c^2(\theta_1) + 2 * m_2 * l_2 * c\theta_1 * c(\theta_1 + \theta_2) + m_2 * l_2^2 * c^2(\theta_1 + \theta_2) + \\ + (1/2) * m_3 * r^2$$

* Matriu de forces centrífuga i de Coriolis

$$c_{11} = -m_2 * l_1 * l_2 * s\theta_2$$

$$c_{13} = m_2 * l_1 * l_2 * s(s\theta_1 + \theta_2) + (m_1 + m_2) * l_1^2 * c\theta_1 * s\theta_1 + \\ + m_2 * l_2^2 * c(\theta_1 + \theta_2) * s(\theta_1 + \theta_2)$$

$$c_{23} = m_2 * l_1 * l_2 * c\theta_1 * s(\theta_1 + \theta_2) + m_2 * l_2^2 * c(\theta_1 + \theta_2) * s(\theta_1 + \theta_2)$$

* Matriu de gravetat G(q)

$$G_1 = (m_1 + m_2) * g * l_1 * c\theta_1 + m_2 * g * l_2 * c(\theta_1 + \theta_2)$$

$$G_2 = m_2 * g * l_2 * c(\theta_1 + \theta_2)$$

On hem considerat que :

$$c \theta_1 \equiv \cos(\theta_1)$$

$$c^2(\theta_1 + \theta_2) \equiv \cos^2(\theta_1 + \theta_2)$$

etc. ...

per tal de simplificar la notació.

C.- SOBRE EL PROGRAMA PROY.T REALITZAT AMB SIMNON

C.1.- Pas del model dinàmic al model a simular

El nostre sistema de equacions diferencials no es apte per a ser utilitzat pel llenguatge de simulació SIMNON. Les dues primeres equacions que fan referència a la evolució temporal de θ_1 i θ_2 estan acoplades entre si mitjançant termes com les dues acceleracions $\ddot{\theta}_1$ i $\ddot{\theta}_2$. Si posem les equacions en SIMNON, tal com les hem deduït matemàticament, no és possible la simulació: La resposta de SIMNON és que existeix un llaç algebraic que no sap interpretar.

Per solucionar això es poden reformular les expressions de la següent manera. Agafem la segona equació i aïllem $\ddot{\theta}_2$; un cop fet això substituïm la variable en la primera equació. A l'aplicar el mètode de substitució es trenca el llaç algebraic molest per SIMNON. Ens queda una equació diferencial en la que només hi ha una acceleració $\ddot{\theta}_1$ i una segona equació on tenim les dues acceleracions $\ddot{\theta}_1$ i $\ddot{\theta}_2$. D'aquesta manera la simulació ja és possible.

c.2. Un programa únic.

Un cop hem plantejat el problema es tractaria d'utilitzar el programa SIMNON de la forma habitual. De forma standard s'agrupen els continguts en arxius .t, de manera que faríem un arxiu per les equacions de la dinàmica, un altre arxiu per la llei de control, un arxiu pels motors actuadors i un darrer arxiu que lliga tots els blocs i ve a representar la estructura feedback. En principi això es viable i és potser la forma més ordenada de fer les coses.

En aquest projecte no hem utilitzat la forma standard sinó que hem fet servir un únic arxiu on està inclosa tota la informació.

Hem posat les equacions de la dinàmica i els torques correctors en funció de les variables generalitzades que desconeixem. En els primers torques en concret tenim una dependència en l'error de posició i en l'error de velocitat que significa:

- Treballem amb un control proporcional derivatiu PD amb presència de feedback.

Encara que sembla que vulguem complicar la situació aquesta segona forma és més convenient que la primera per les següents raons:

- no ens fa falta conèixer la dinàmica dels motors actuadors per efectuar la simulació.
- La segona forma empra un temps de simulació netament inferior al de la primera forma i això es molt útil ja que tenim una gran quantitat de càlculs i convé alleugerir la simulació.

c.3. Llistat del programa

CONTINUOUS SYSTEM proy

“Dinàmica de la estructura articulada

“

“Definició de variables

TIME t

STATE q1 q2 q3 w1 w2 w3

DER dq1 dq2 dq3 dw1 dw2 dw3

“

“ Les equacions de la dinàmica son :

$$dq1 = w1$$

$$dq2 = w2$$

$$dq3 = w3$$

$$dw1 = a * (b+c)$$

$$dw2 = (1/H22) * (\tau2 - H12 * dw1 + c11 * w1 * w1 - c23 * w3 * w3 - G2)$$

$$dw3 = (1/H33) * (\tau3 + 2 * c13 * w1 * w3 + 2 * c23 * w2 * w3)$$

“

“On

$$\tau1 = -kp1 * q11 - kd1 * w11$$

“ moment aplicat en l'articulació 1

$$\tau2 = -kp2 * q22 - kd2 * w22$$

“ moment aplicat en l'articulació 2

$$\tau3 = -kp3 * q33 - kd3 * w33$$

“ moment de l'articulació de la base

$$q11 = q1 - qd1$$

“

$$q22 = q2 - qd2$$

“

$$q33 = q3 - qd3$$

“ posicions i velocitats desitjades

$$w11 = w1 - wd1$$

“

$$w22 = w2 - wd2$$

“

$$w33 = w3 - wd3$$

“

“

“Elements de matriu:

$$a = (H22) / (H11 * H22 - H12 * H12)$$

$$b = \tau1 - (2 * c11 * w1 * w2 + c11 * w2 * w2 + c13 * w3 * w3 + G1)$$

$$c = -(H12 / H22) * (\tau2 - c11 * w1 * w1 - c23 * w3 * w3 - G2)$$

$$H11 = (m1 + m2) * l1 * l1 + m2 * l2 * l2 + 2 * m2 * l1 * l2 * \cos(q2)$$

$$H12 = m2 * l2 * l2 + m2 * l1 * l2 * \cos(q2)$$

$$H22 = m2 * l2 * l2$$

$$H33 = (d + e + f)$$

$$d = (m1 + m2) * l1 * l1 * \cos(q1) * \cos(q1)$$

$$e = 2 * m2 * l1 * l2 * \cos(q1) * \cos(q1 + q2)$$

$$f = m2 * l2 * l2 * \cos(q1 * q2) * \cos(q1 + q2) + (1/2) * m3 * r3 * r3$$

$$c11 = -m2 * l1 * l2 * \sin(q2)$$

$$c13 = (j + k + n)$$

$$j = m2 * l1 * l2 * (\sin(q1) * \cos(q1 + q2) + \cos(q1) * \sin(q1 + q2))$$

$$k = (m1 + m2) * l1 * l1 * \cos(q1) * \sin(q1)$$

$$n = m2 * l2 * l2 * \cos(q1 + q2) * \sin(q1 + q2)$$

$$c23 = m2 * l1 * l2 * \cos(q1) * \sin(q1 + q2) + m2 * l2 * l2 * \cos(q1 + q2) * \sin(q1 + q2)$$

$$G1 = (m1 + m2) * g * l1 * \cos(q1) + m2 * g * l2 * \cos(q1 + q2)$$

$$G2 = m2 * g * l2 * \cos(q1 + q2)$$

“

“Els paràmetres son :

m1 : 1

“massa del braç 1 (kg)

m2 : 1

“massa del braç 2 (kg)

m3 : 1

“massa de la base (kg)

l1:1

“longitud del braç 1 (m)

l2 : 1

“longitud del braç 2 (m)

r3 : 1

“radi de la base (m)

g : 9.81

“constant gravitatòria (m/s²)

qd1 :10471

“

qd2 : 1.57

“angles desitjats (radiants)

qd3 : 1.0471

“

wd1 : 0

“

wd2 : 0

“velocitats desitjades (rad/s)

wd3 : 0

“

kd1 : 100

“

kd2 : 100

“ guanys de la acció derivada

kd3: 100

“

kp1 : 20 * kd1

“

Kp2 : 20 * kd 2

“ guanys de l'acció proporcional

Kp3 : 20 * kd3

“

END

C.4. Control PID

En el programa PROY.T es fa servir un controlador proporcional derivatiu PD amb feedback. Observant els resultants s'aprecia un error respecte l'estacionari molt baix. (En alguns casos simulats s'observa un error inferior de un 1 per 1000 respecte la posició desitjada i la real). En tot cas, si es vol realitzar un controlador PID amb feedback mitjançant la tècnica del "computed torque" es poden canviar unes línies en el programa fet amb SIMNON.

- En la part de "Definició de variables posem:
TIME t
STATE q1 q2 q3 w1 w2 w3 v1 v2 v3
- En "Les equacions del moviment afegim:"
dv1=q1
dv2=q2
dv3=q3
(SIMON fa la integració de q1, q2 i q3).
- Els torques s'escriuen com:
Tau1 = -kp1*q11-kd1*w11-ki1*v11
Tau2 = -kp2*q22-kd2*w22-ki2*v22
Tau3 = -kp3*q33-kd3*w33-ki3*v33

on el primer terme és proporcional a l'error de posició q (acció P), el segon és proporcional a l'error de velocitat w (acció D) i el tercer és proporcional a la integral de l'error de posició q (acció I). De fet, hem posat posició, velocitat i integral de posició respecte la consigna de referència (el valor desitjat), de manera que cal afegir també en el programa:

$$v11 = v1 - vd1$$

$$v22 = v2 - vd2$$

$$v33 = v3 - vd3$$

Els valors desitjats $vd1$, $vd2$, $vd3$ són paràmetres que podem modificar. Com que $v1$ és la integral de $q1$ respecte del temps, en el cas de que $q1=qd1$, això surt fora de la integral i ens queda una integral simple: $vd1=qd1*t$. Si considerem que $t=1$, llavors $vd1=qd1$. Per exemple, podem posar en el programa:

$vd1:1.0471$ rad (60°)

$vd2:1.57$ rad (90°)

$vd3:1.0471$ rad (60°)

- Finalment només ens falta retallar els guanys de la acció integral $ki1$, $ki2$ i $ki3$ per a una bona sintonia del PID.

Exemple:

Prenem com a condicions inicials les velocitats $w1:1$ i $w2:0.5$.

Si representem $q1$ (posició del braç 1) en funció del temps amb un control PD s'obté un valor en l'estacionari de 1.0464 radians (essent $qd1:1.0471$). Si considerem un control PID amb els valors $vd1$, $vd2$ i $vd3$ anteriors i sintonitzant el guany $ki1:10$, s'obté un valor de $q1$ en l'estacionari de 1.047 , reduint-se l'offset a zero.

C.- GLOSSARI.

***Robòtica:**

Conjunt de coneixements teòrics i pràctics que permeten concebre, realitzar i automatitzar sistemes basats en estructures mecàniques poliarticulades, dotats d'un determinat grau de "intel·ligència" i destinats a la producció industrial o a la substitució de l'home en molt diverses tasques.

***Definició de la RIA (Robot Industry Association):**

Robot Industrial: és un manipulador programable multifuncional dissenyat per moure peces, eines o dispositius especials, mitjançant moviments variats, programats per la ejecució de tasques diverses.

***Definició de la RBA (British Robotic Association):**

Robot Industrial: mecanisme dissenyat per manipular i transportar peces, eines o utensilis especials, per mitjà de moviments variables, programats per la ejecució de tasques específiques de manufactura.

***Definició de EFNOR (Associació Francesa de Normalització):**

Manipulador: mecanisme compost, generalment de elements en sèrie, articulats o lliscants entre si, que té com a objectiu l'aferrament i el desplaçament de objectes seguint diversos graus de llibertat. És multifuncional i pot ésser manat directament per un operador humà o per qualsevol sistema lògic (lògica pneumàtica, lògica elèctrica cablejada, o bé programat).

Robot industrial: manipulador automàtic, amb servosistemes de posició, reprogramable, polivalent, capaç de posicionar i orientar materials, peces, utensilis o dispositius especials considerant moviments variables i programables per la ejecució de tasques variades.

Es presenta sovint sota la forma de un o varis braços acabats en un canell. La seva unitat de comandament empra, essencialment, un dispositiu de memòria i, eventualment, de percepció i de adaptació al medi i a les circumstàncies.

Aquestes màquines polivalents són generalment concebudes per efectuar la mateixa funció de manera cíclica i poden ser adaptades a altres funcions sense modificacions permanent del material.

* En el Japó la classificació de robot industrial es especifica segons el mode d'actuació del robot. Es té present:

- si l'home actua o no, en la manipulació.

- l'actuació del robot segons una seqüència preestablerta.
- la determinació de les accions segons si el robot és intel·ligent.
- funcionament del robot amb control adaptatiu.
- Funcionament del robot amb una funció de control per aprenentatge.

Aquí cal explicar que per intel·ligència artificial entenem la facultat de realitzar artificialment el reconeixement, aprenentatge, conceptualització abstracta, adaptabilitat al medi i similars; que per control adaptatiu entenem un esquema de control que ajusta els paràmetres de control del sistema a condicions detectades durant el procés; i que per control per aprenentatge entenem un esquema de control on la experiència és automàticament emprada per canviar els paràmetres o algoritmes de control.

BIBLIOGRAFIA

1. -“Tutorial on Robotics”

C.S.G. Lee, R.C. Gonzalez i K.S.Fu

IEEE Computer Society 1986

Del conjunt d'articles presents en el tutorial cal destacar:

“Robot arm kinematics, dynamics and control”

C.S.G. Lee

“Computer”, vol. 15, nº 12, pag 65-68 Desembre de 1982

2. -“Robot manipulators. Mathematics, programming and control”

R.P. Paul

MIT Press Cambridge, Mass 1981

3. -“Kinematics and dynamics in Robotics: a tutorial based upon classical concepts of vectorial mechanics.”

Bayliss C. McInnis i Chen-Kang Frank Liu

IEEE “Journal of Robotics and Automation”

Vol RA-2 nº 4 Desembre de 1986

4. -“robòtica industrial”

G. Ferraté i altres autors

Marcombo Boixaire editores 1986

5. -“Curso de Robòtica”

J.Mº Angulo i Rafael Avilés

Editorial Paraninfo 1985

6. -“Robòtica pràctica”

J.Mº Angulo

Editorial Paraninfo 1988

7. -“Cómo i cuando aplicar un robot industrial”

Daniel Audí Piera

Serie Productiva Marcombo Boixareu editores 1988

8. -“Applied nonlinear control”

Jean Jacques E. Stoline i Weiping Li

Capítol 9: “Control of multi-input physical systems ”

Prentice Hall

9. –“Model reference adaptive control of manipulators”

D.P. Stoten

Research studies press LTD 1990

10.–“SIMON user’s guide for MS-DOS computers. Version 3.0”

K.J. Aström i diversos autors

SSPA Systems 1990